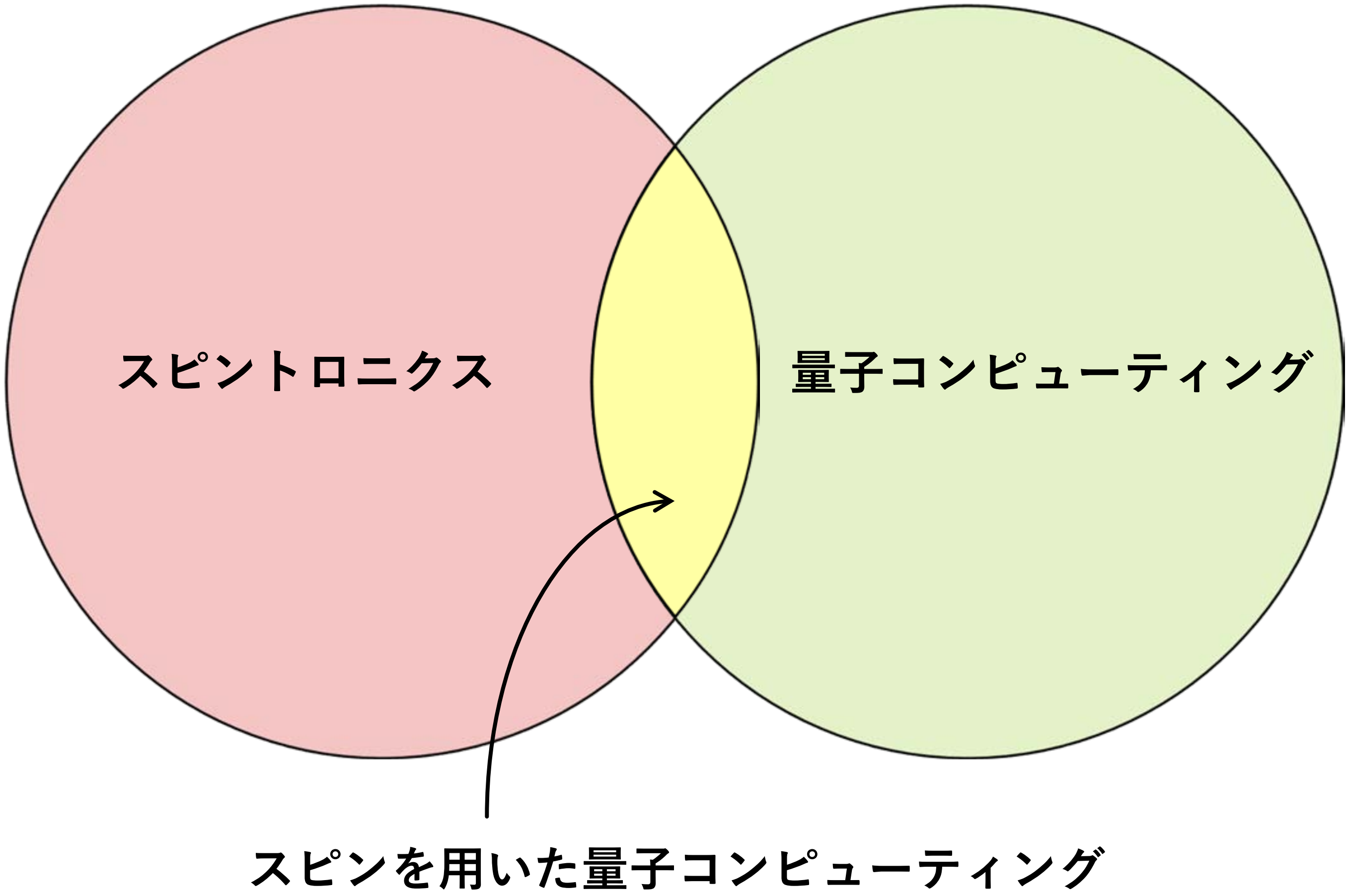
スピンを用いた
量子コンピューティング

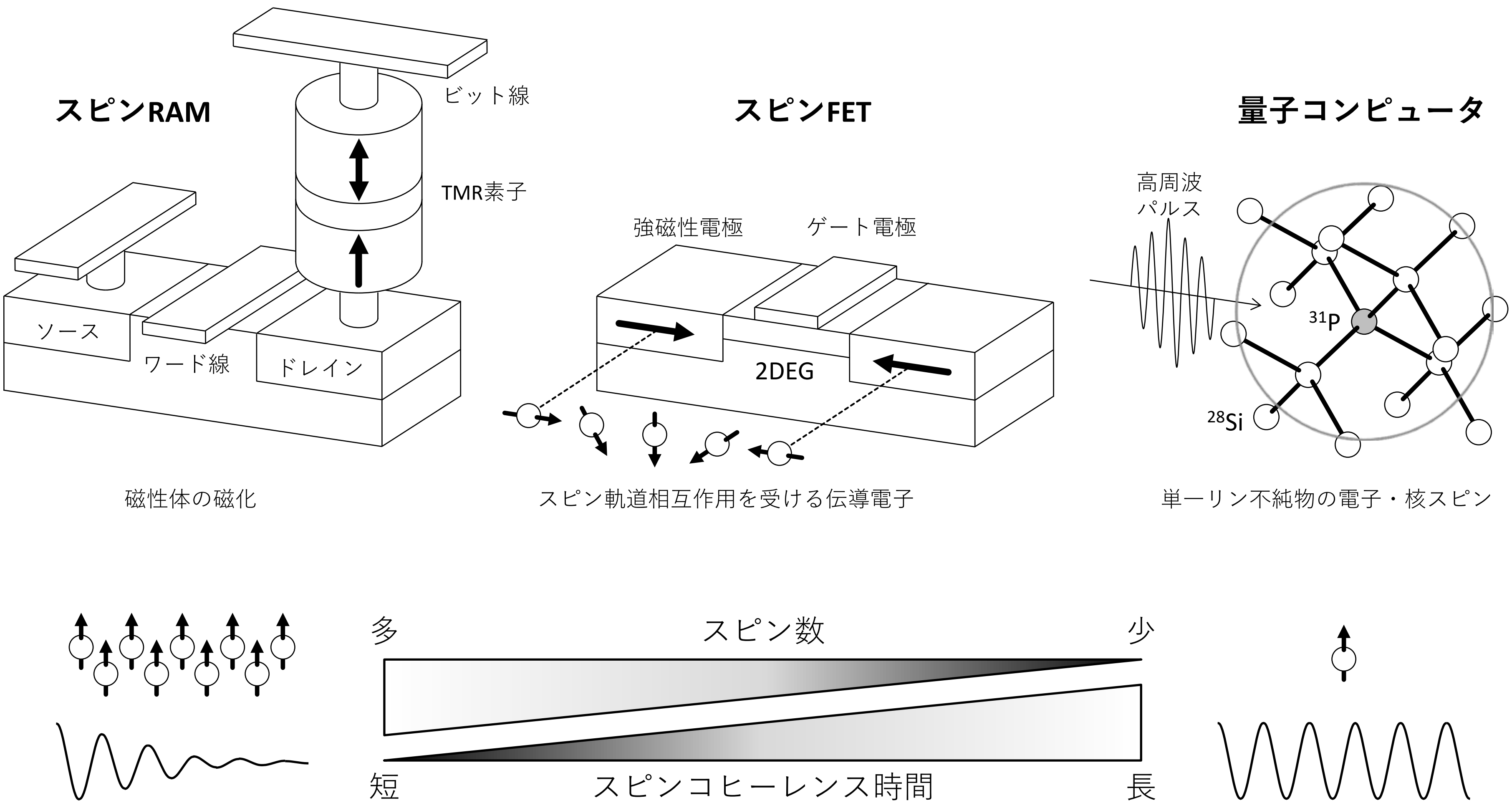
阿部英介
慶應義塾大学スピントロニクス研究センター

2017年11月27日@筑波大学東京キャンパス
第16回スピントロニクス入門セミナー

スピントロニクスと量子コンピューティング



スピントロニクスにおける位置づけ

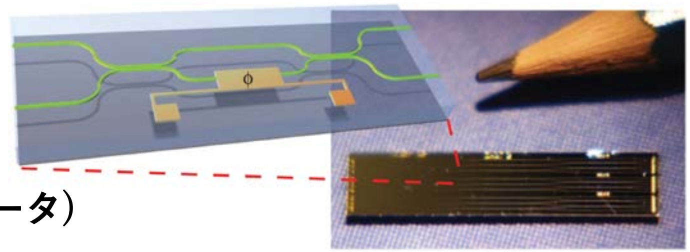


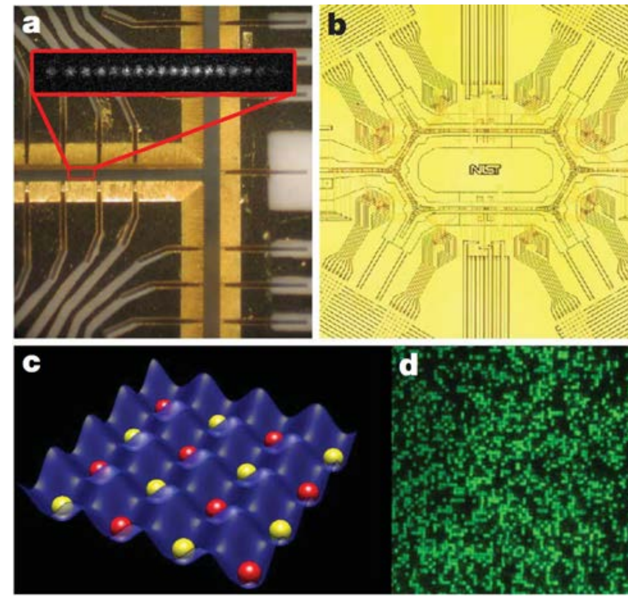
量子コンピューティングにおける位置づけ

量子ビット数

（量子シミュレータ）

光回路

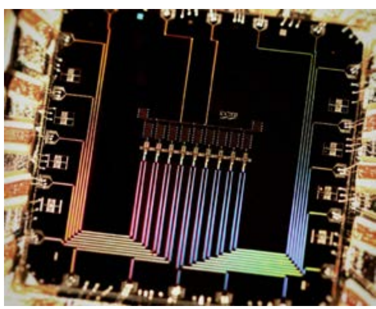




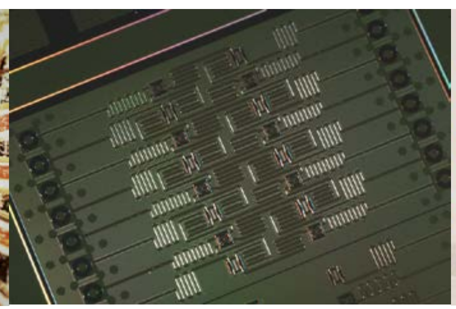
捕捉イオン/冷却原子

（デジタル量子コンピュータ）

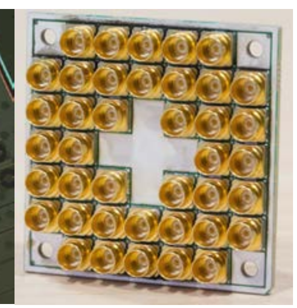
超伝導回路



©Google-UCSB

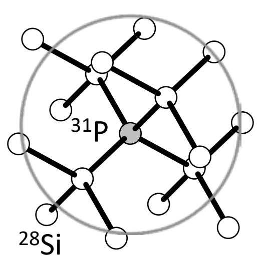


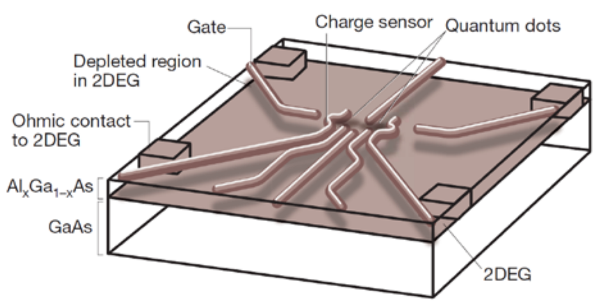
©IBM

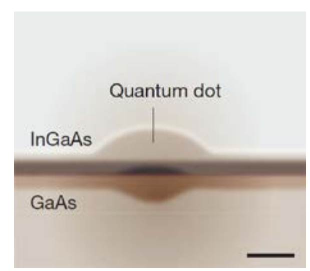


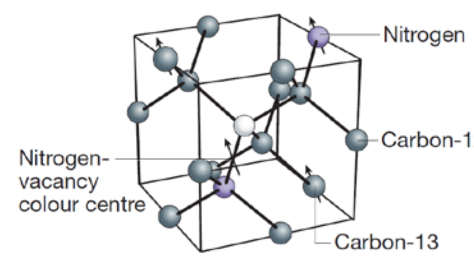
©Intel

半導体スピン









Nature **464**, 45 (2010) Ladd *et al.*

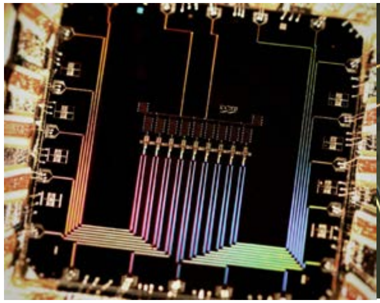
量子コンピューティングにおける位置づけ

応用物理 **86 (6),** 453 (2017) 阿部 & 伊藤

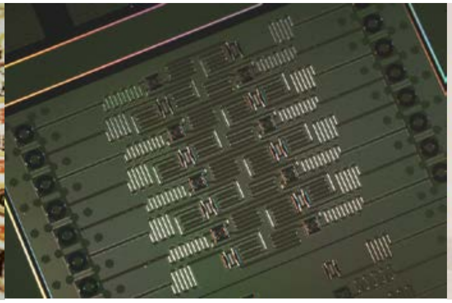
"固体量子情報デバイスの現状と将来展望
—万能ディジタル量子コンピュータの実現に向けて"

量子ビット数

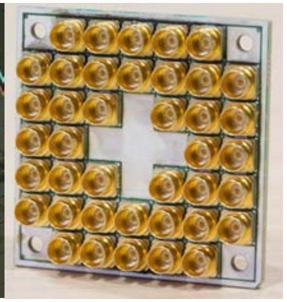
超伝導回路



©Google-UCSB

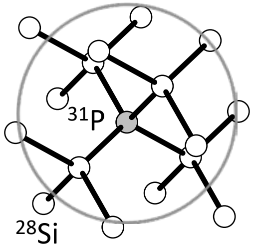


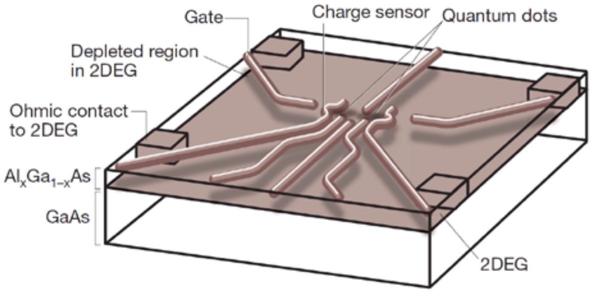
©IBM



©Intel

半導体スピン



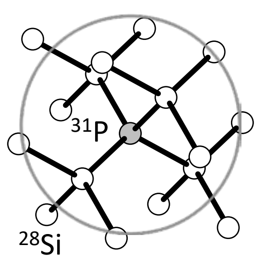


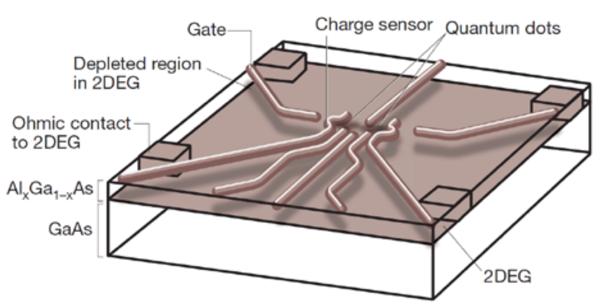
量子コンピューティングにおける位置づけ

本日カバーする範囲
(材料はシリコンに限定)

量子ビット数

半導体スピン





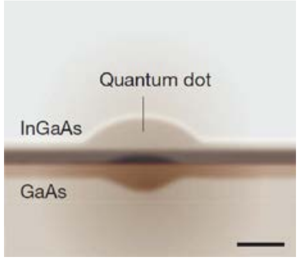
量子コンピューティングにおける位置づけ

固体物理 **48 (11),** 541 (2013) 山本 & 阿部

“光制御量子ドットスピンを用いた量子情報システム の現状と将来展望”

量子ビット数

半導体スピン



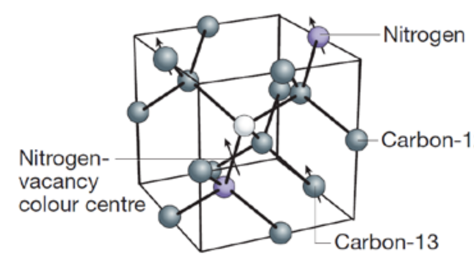
量子コンピューティングにおける位置づけ

NEW DIAMOND **33 (2),** 3 (2017) 阿部 & 伊藤

“スピントロニクス研究の原点からダイヤモンドでのトレンド, 今後の展開まで”

量子ビット数

半導体スピン



講演内容

- **量子コンピューティング**
  - 量子ビット
  - 量子ゲート(ユニタリ演算)
  - 量子アルゴリズム

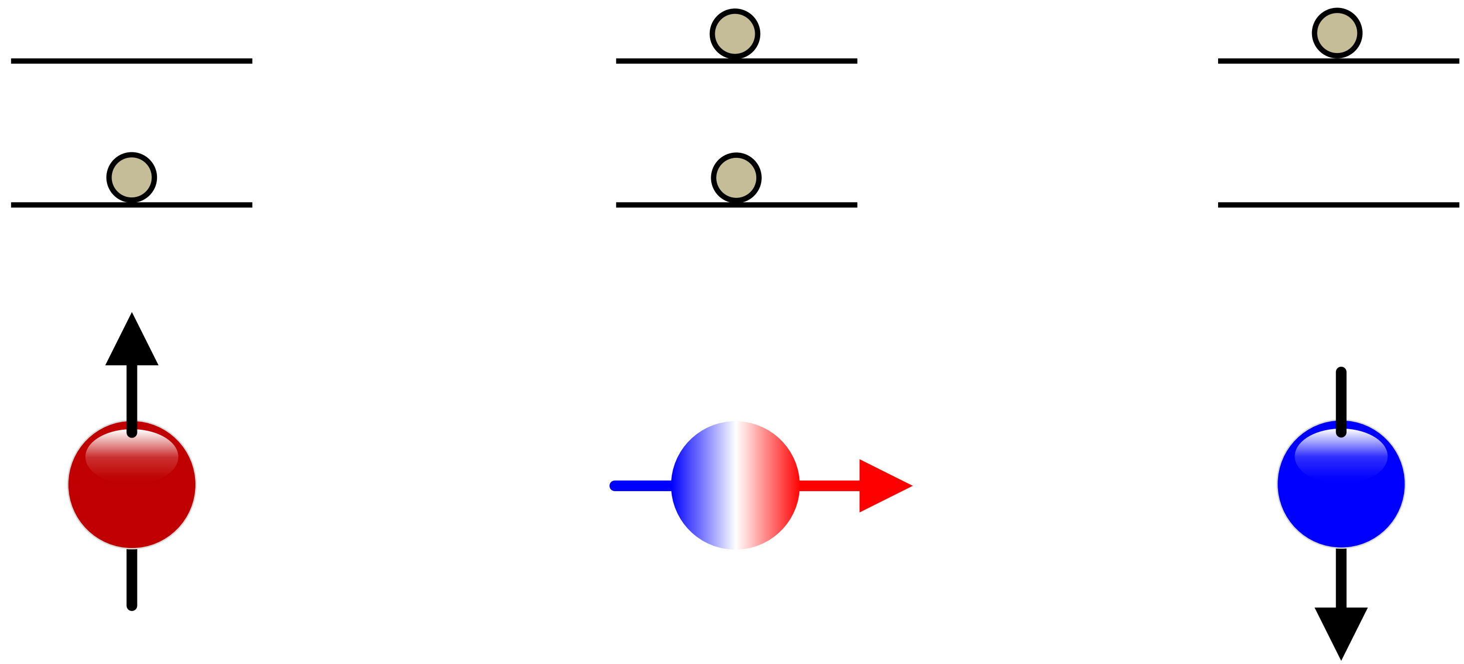
- **シリコンスピン量子コンピュータ**
  - リンドナー
  - MOS量子ドット
  - Si/SiGe量子ドット

講演内容

- **量子コンピューティング**
  - 量子ビット
  - 量子ゲート(ユニタリ演算)
  - 量子アルゴリズム

- **シリコンスピン量子コンピュータ**
  - リンドナー
  - MOS量子ドット
  - Si/SiGe量子ドット

量子ビット



$|0\rangle$ $\qquad$ $|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ $\qquad$ $|1\rangle$

重ね合わせ

量子ビット

定義: 計算基底のベクトル表示

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\langle 0|0\rangle = (1 \quad 0)\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 1$$

$$\langle 1|0\rangle = (0 \quad 1)\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

公準(postulate): 許される状態はヒルベルト空間内

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$$

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \qquad \alpha, \beta \in \boldsymbol{C}$$

複数量子ビット

2量子ビットの状態の記述

$$|\Psi\rangle = \alpha|00\rangle + \beta|01\rangle + \gamma|10\rangle + \delta|11\rangle$$

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 + |\gamma|^2 + |\delta|^2 = 1$$

公準: 複合系の状態はテンソル積で表される

(注) 2量子ビットの状態の計算基底は4つ

$$|00\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, |01\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, |10\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |11\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

定義: テンソル積(行列表示)

$$a \otimes b = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \\ \\ a_2 \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 b_1 \\ a_1 b_2 \\ a_2 b_1 \\ a_2 b_2 \end{pmatrix}$$

2量子ビット

2量子ビットの計算基底

$$|00\rangle = |0\rangle|0\rangle = |0\rangle \otimes |0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ 0 \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|01\rangle = |0\rangle|1\rangle = |0\rangle \otimes |1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ 0 \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|10\rangle = |1\rangle|0\rangle = |1\rangle \otimes |0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ 1 \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

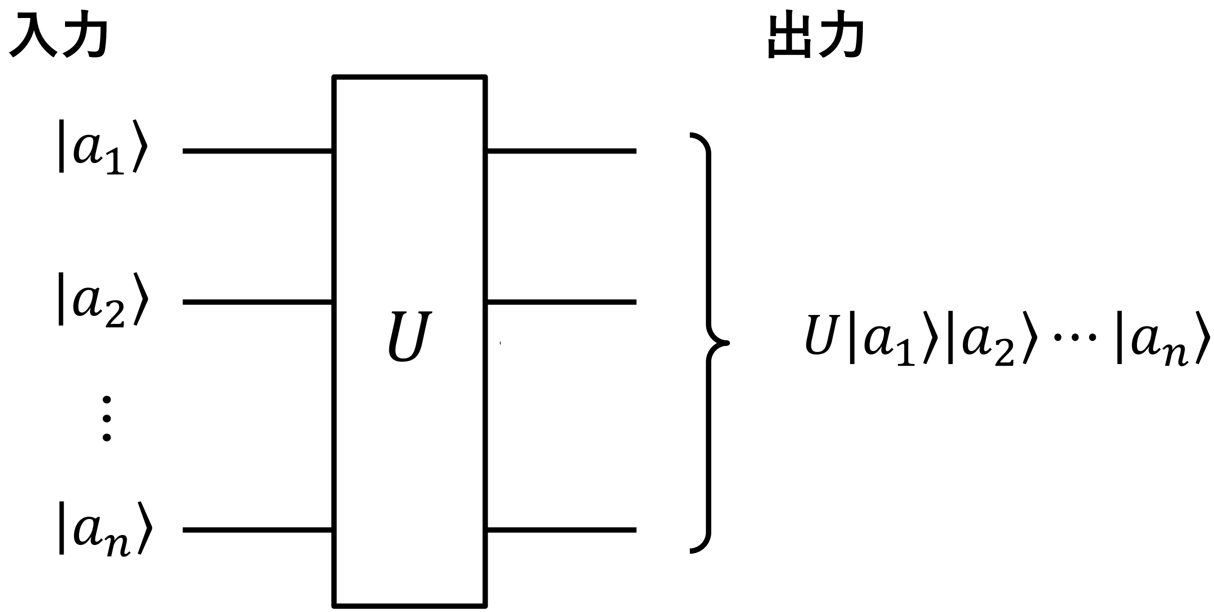
$$|11\rangle = |1\rangle|1\rangle = |1\rangle \otimes |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ 1 \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2量子ビット状態

$$|\Psi\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \delta \\ \gamma \end{pmatrix}$$

ユニタリ演算

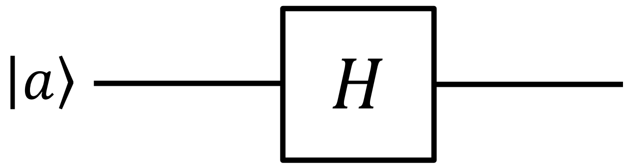
公準: 量子状態の時間発展はユニタリ



$$|x\rangle = |a_1 a_2 \cdots a_n\rangle \xrightarrow{\quad U \quad} U|x\rangle$$

10進数表示　2進数表示　$2^n \times 2^n$ユニタリ行列($UU^\dagger = I$)

ユニタリ演算: アダマールゲート



$$\frac{1}{\sqrt{2}}\sum_{b=0,1}(-1)^{a\cdot b}|b\rangle = \frac{|0\rangle + (-1)^{a}|1\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{cases} H|0\rangle = \dfrac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} \\[2ex] H|1\rangle = \dfrac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}} \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} H\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} \\[2ex] H\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix} \end{cases} \Longleftrightarrow H = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 & 1\\1 & -1\end{pmatrix}$$

$$HH = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1 & 1\\1 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 1\\1 & -1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix} \Longleftrightarrow H^{\dagger} = H$$

$\uparrow$

自己共役

ユニタリ演算: アダマールゲート

$$|a\rangle \; -\boxed{H}- \; \frac{1}{\sqrt{2}}\sum_{b=0,1}(-1)^{a\cdot b}|b\rangle = \frac{|0\rangle + (-1)^a|1\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$HH|a\rangle = H\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sum_{b=0,1}(-1)^{a\cdot b}|b\rangle\right)$$

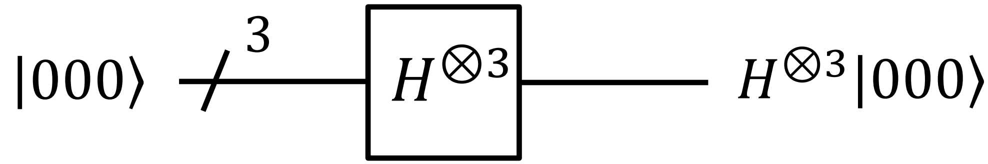
$$(a+c)\cdot b = \begin{cases} 0 & (c=a) \\ b & (c=\overline{a}) \end{cases}$$

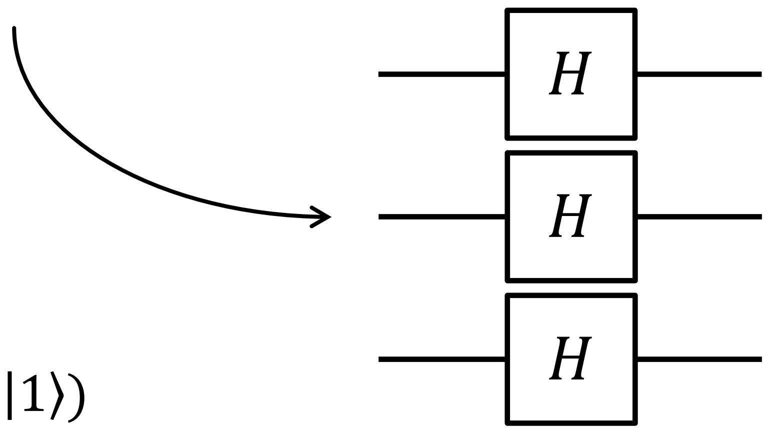
$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\sum_{b=0,1}(-1)^{a\cdot b}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sum_{c=0,1}(-1)^{b\cdot c}|c\rangle\right) = \frac{1}{2}\sum_{b,c}(-1)^{(a+c)\cdot b}|c\rangle$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{b}(|a\rangle + (-1)^b|\overline{a}\rangle) = \frac{1}{2}(|a\rangle + |\overline{a}\rangle + |a\rangle - |\overline{a}\rangle) = |a\rangle$$

干渉による強め合いと弱め合い

ユニタリ演算: アダマールゲート





$H^{\otimes 3}|000\rangle$

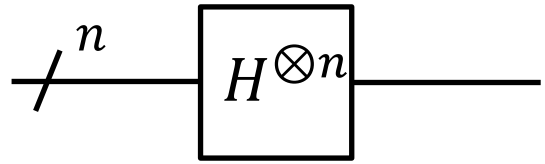
$$= \frac{1}{\sqrt{2^3}}(|0\rangle + |1\rangle)(|0\rangle + |1\rangle)(|0\rangle + |1\rangle)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2^3}}(|000\rangle + |001\rangle + |010\rangle + |011\rangle + |100\rangle + |101\rangle + |110\rangle + |111\rangle)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2^3}} \sum_{a,b,c=0,1} |abc\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^3}} \sum_{x=0}^{2^3-1} |x\rangle$$

ユニタリ演算: アダマールゲート

$$|x\rangle = |a_1\rangle|a_2\rangle\cdots|a_n\rangle$$



$$\frac{1}{\sqrt{2^n}}\sum_y (-1)^{x\cdot y}|y\rangle$$

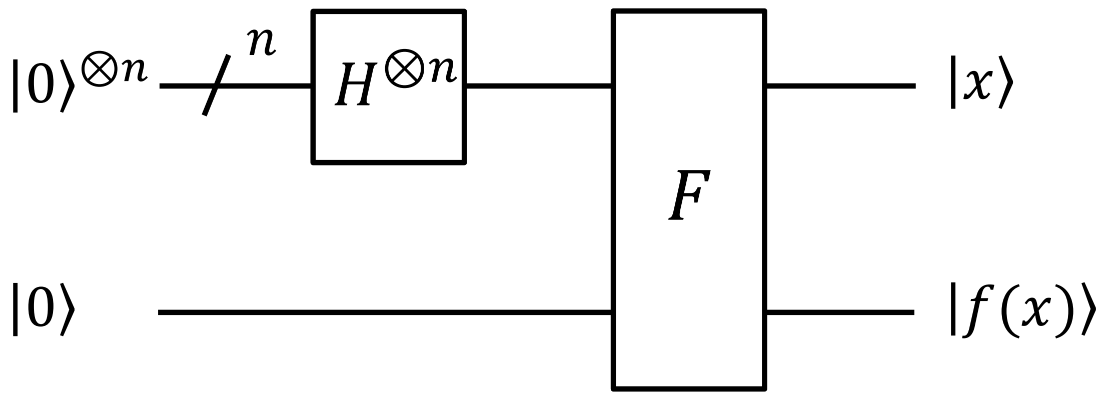
$$x\cdot y \equiv a_1\cdot b_1 + a_2\cdot b_2 + \cdots + a_n\cdot b_n$$

$$H^{\otimes n}|x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^n}}\left(\sum_{b_1=0,1}(-1)^{a_1\cdot b_1}|b_1\rangle\right)\cdots\left(\sum_{b_n=0,1}(-1)^{a_n\cdot b_n}|b_n\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2^n}}\sum_{b_1,b_2\cdots b_n}(-1)^{a_1\cdot b_1+a_2\cdot b_2+\cdots+a_n\cdot b_n}|b_1 b_2\cdots b_n\rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2^n}}\sum_y (-1)^{x\cdot y}|y\rangle$$

量子並列性



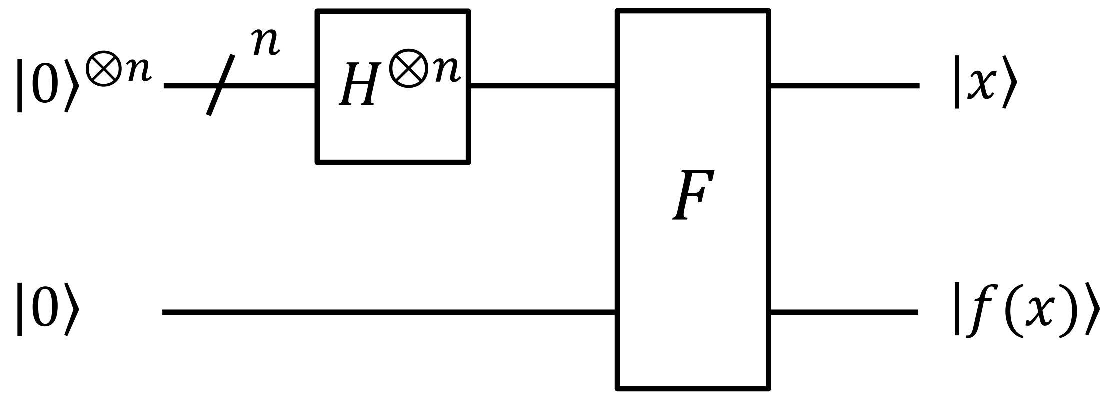
$f(x)$: 2値関数(ビットデータ列)

$$F|x\rangle|a\rangle = |x\rangle|a \oplus f(x)\rangle$$

$$FF|x\rangle|a\rangle = |x\rangle|a \oplus f(x) \oplus f(x)\rangle = |x\rangle|a\rangle$$

$$|0\rangle^{\otimes n}|0\rangle \xrightarrow{(H^{\otimes n}) \otimes I} \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{x=0}^{2^n-1} |x\rangle|0\rangle \xrightarrow{F} \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{x=0}^{2^n-1} |x\rangle|f(x)\rangle$$

量子並列性



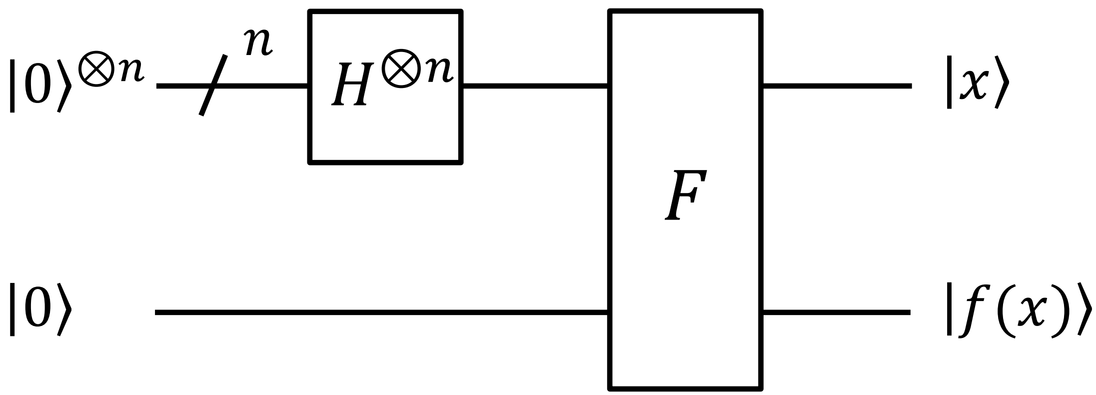
$$\frac{1}{\sqrt{2^2}}\sum_{x=0}^{2^2-1}|x\rangle|f(x)\rangle=\frac{1}{2}\left(|0\rangle|f(0)\rangle+|1\rangle|f(1)\rangle+|2\rangle|f(2)\rangle+|3\rangle|f(3)\rangle\right)$$

$f(x)$の情報を全て含んだ状態(量子もつれ、エンタングルメント)

⇓

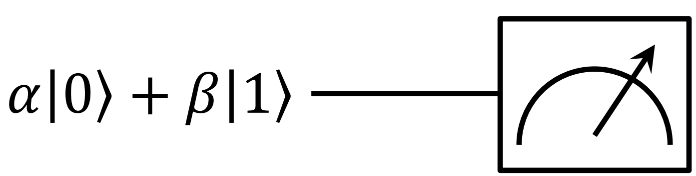
計算・情報処理の高速化に繋がる?

量子並列性と測定



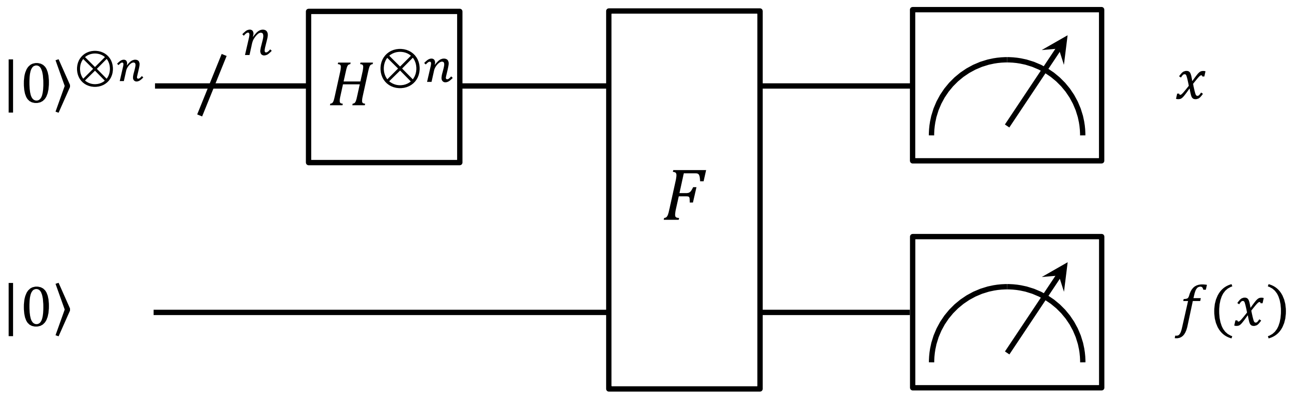
$$\frac{1}{\sqrt{2^2}}\sum_{x=0}^{2^2-1}|x\rangle|f(x)\rangle = \frac{1}{2}\left(|0\rangle|f(0)\rangle + |1\rangle|f(1)\rangle + |2\rangle|f(2)\rangle + |3\rangle|f(3)\rangle\right)$$

公準: 射影測定



$$\begin{cases} \text{確率}|\alpha|^2\text{で“0”を出力} \\ \text{確率}|\beta|^2\text{で“1”を出力} \end{cases}$$

量子並列性と測定



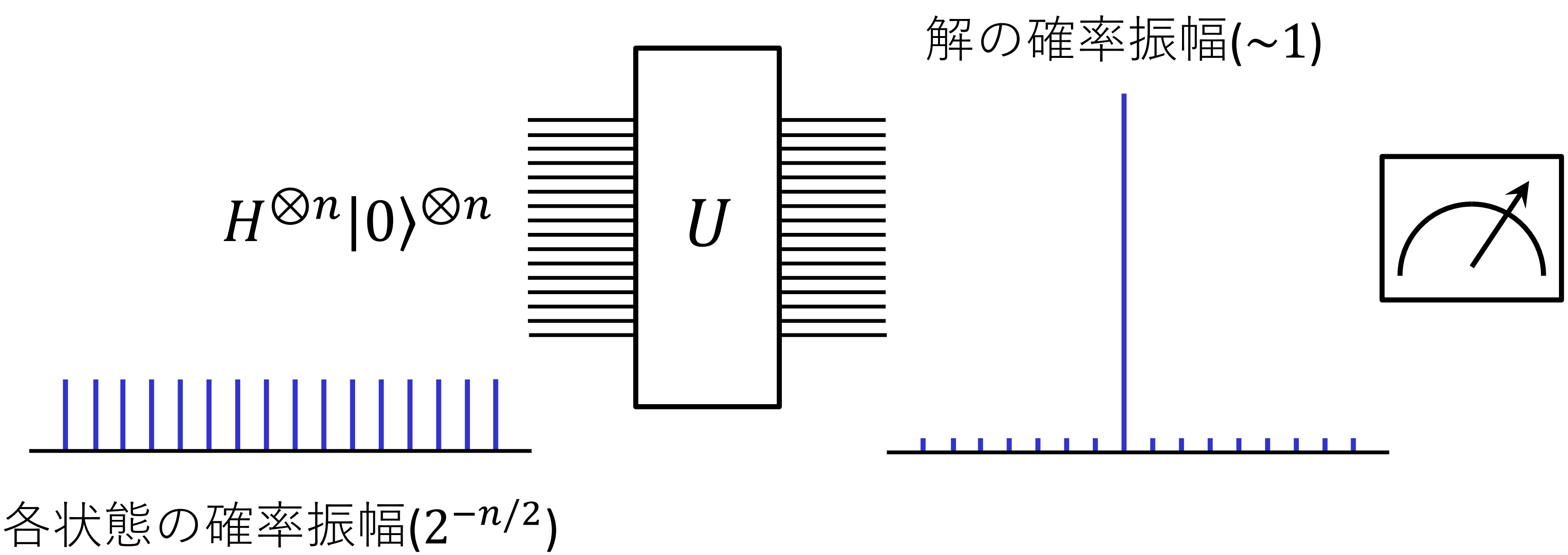
$$\frac{1}{\sqrt{2^2}}\sum_{x=0}^{2^2-1}|x\rangle|f(x)\rangle = \frac{1}{2}\left(\cancel{|0\rangle|f(0)\rangle} + |1\rangle|f(1)\rangle + \cancel{|2\rangle|f(2)\rangle} + \cancel{|3\rangle|f(3)\rangle}\right)$$

確率1/4でどれか1つの組の結果を知る

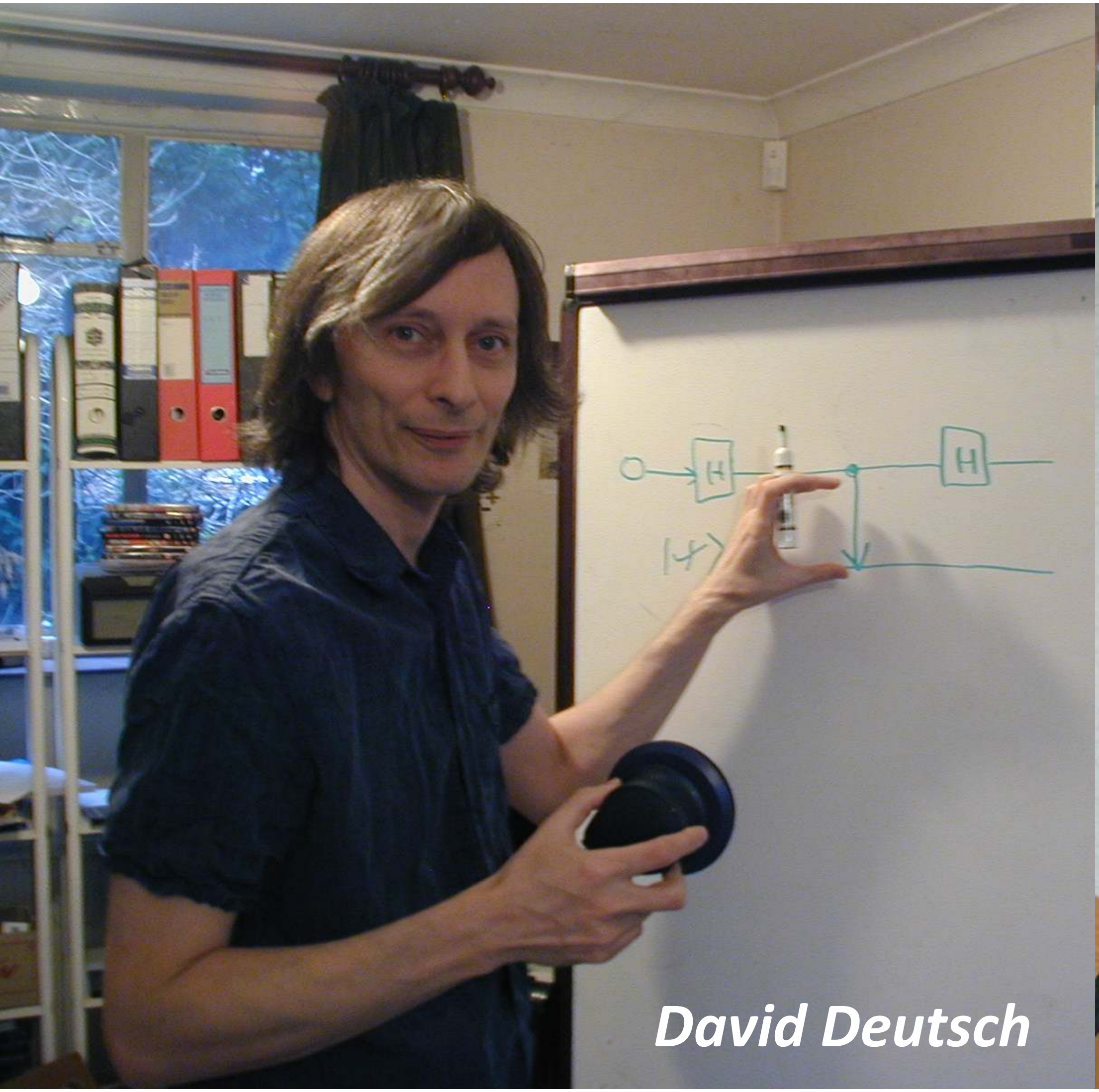
量子並列性にナイーブに期待される計算・情報処理の高速化は、
測定による状態の収縮によりキャンセルされそう

量子アルゴリズム

- 重ね合わせ状態(**量子並列性**)から始めて、解の状態の確率振幅が大きくなるよう(**量子干渉**)にユニタリ変換し、最後に**測定**
- **ドイチェ・ジョザ**、グローバー(データ検索)、ショア(素因数分解)...



ドイチェ・ジョザのアルゴリズム



David Deutsch

Richard Jozsa

ドイチェの問題

定義: 2値関数$f(x)$について、全ての入力xに対して同じ出力(全て0か全て1)を返すものを**“constant(一定)”**、半分が0, 半分が1となるものを**“balanced(均等)”**と呼ぶ

例:

constant

x	$f(x)$
0	0
1	0
2	0
3	0

balanced

x	$f(x)$
0	0
1	1
2	1
3	0

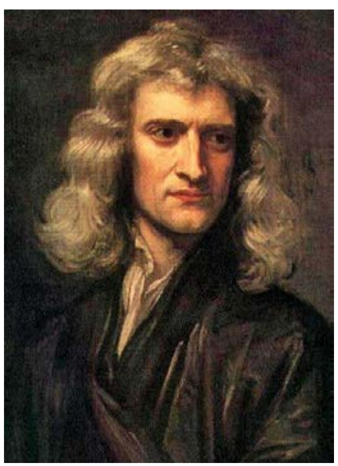
どちらでもない

x	$f(x)$
0	0
1	1
2	1
3	1

ドイチェの問題

ドイチェは**constant**か**balanced**の$f(x)$を持っている。**ニュートン**と**シュレディンガー**は、$f(x)$がconstantかbalancedかを判定するために**何回の問い合わせ**が必要か?

"古典"問い合わせ



I. Newton
(By Godfrey Kneller)

$x=0$

$f(0)=0$

$x=1$

$f(1)=0$

$\vdots$

(最大$2^{\frac{n}{2}}+1$**回)**

x	$f(x)$
0	0
1	0
2	0
3	0

$\sum_x |x\rangle|0\rangle$

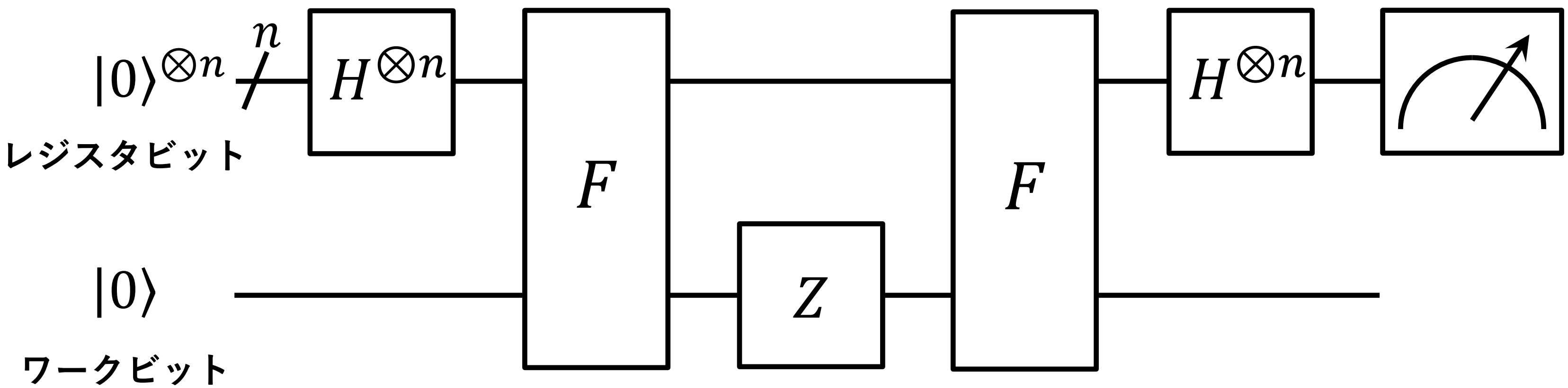
$|\Psi\rangle$

(常に1回)

"量子"問い合わせ

E. Schrödinger
(©Nobel Foundation)

ドイチェ・ジョザのアルゴリズム



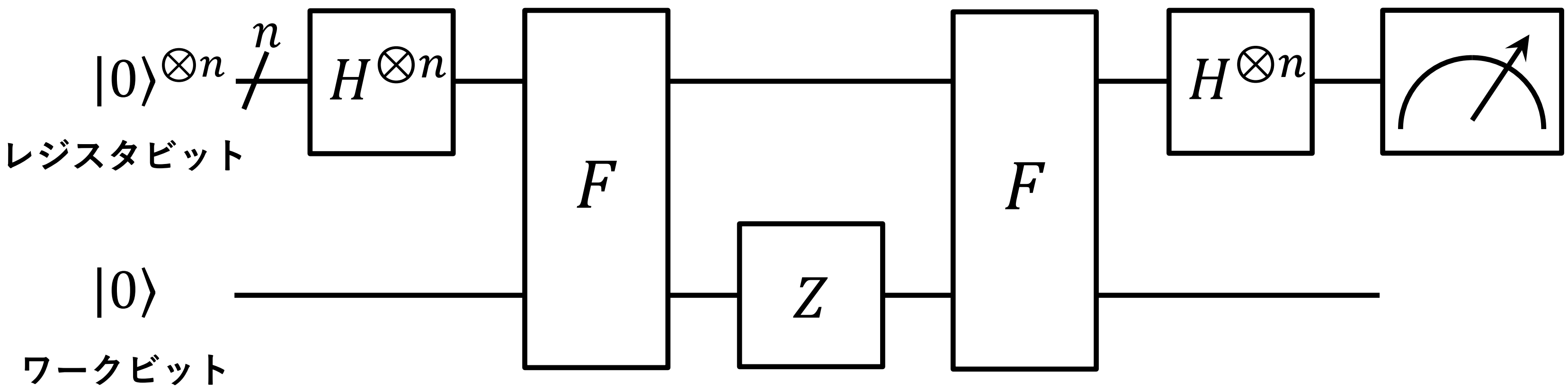
$$Z|a\rangle = (-1)^a|a\rangle$$

$$|0\rangle^{\otimes n}|0\rangle \xrightarrow{(H^{\otimes n})\otimes I} \frac{1}{\sqrt{2^n}}\sum_{x=0}^{2^n-1}|x\rangle|0\rangle \xrightarrow{F} \frac{1}{\sqrt{2^n}}\sum_{x=0}^{2^n-1}|x\rangle|f(x)\rangle$$

$$\xrightarrow{(I^{\otimes n})\otimes Z} \frac{1}{\sqrt{2^n}}\sum_{x=0}^{2^n-1}(-1)^{f(x)}|x\rangle|f(x)\rangle$$

$f(x)$の情報を**位相**に書き込む

ドイチェ・ジョザのアルゴリズム



$$Z|a\rangle = (-1)^a|a\rangle$$

$f(x)$の情報をワークビットから**消去**

$$\frac{1}{\sqrt{2^n}}\sum_{x=0}^{2^n-1}(-1)^{f(x)}|x\rangle|f(x)\rangle \xrightarrow{F} \frac{1}{\sqrt{2^n}}\sum_{x=0}^{2^n-1}(-1)^{f(x)}|x\rangle|0\rangle$$

$$\xrightarrow{(H^{\otimes n})\otimes I} \sum_y\left(\sum_x \frac{(-1)^{f(x)+x\cdot y}}{2^n}\right)|y\rangle|0\rangle$$

$$H^{\otimes n}|x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^n}}\sum_y(-1)^{x\cdot y}|y\rangle$$

ドイチェ・ジョザのアルゴリズム

レジスタビットが$|0\rangle^{\otimes n}$に戻る確率振幅

$$\sum_{x=0}^{2^n-1} \frac{(-1)^{f(x)+x\cdot 0}}{2^n} = \begin{cases} \pm 1 & \text{(constant)} \\ 0 & \text{(balanced)} \end{cases}$$

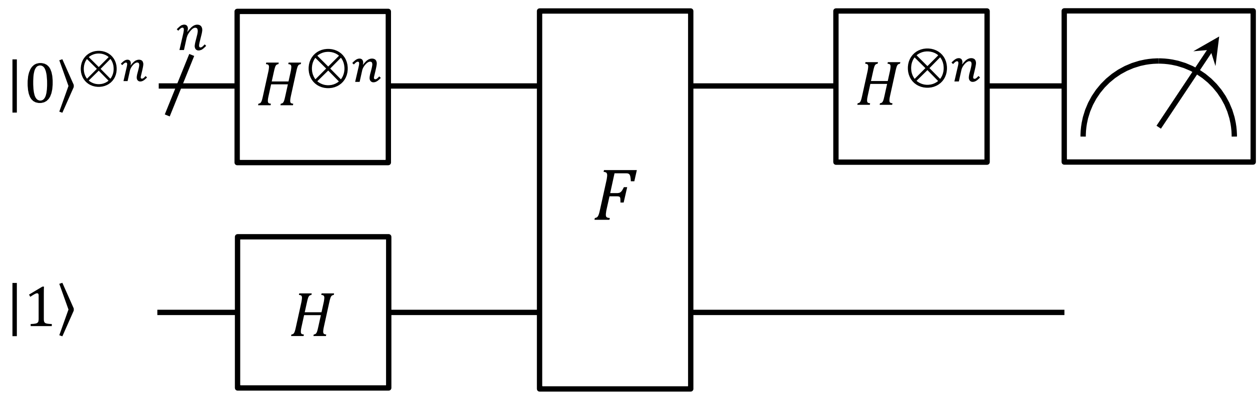
***n* = 2, constant** 干渉による強め合い

$$\sum_{x=0}^{3} \frac{(-1)^{f(x)}}{2^n} = \frac{(-1)^0 + (-1)^0 + (-1)^0 + (-1)^0}{4} = 1$$

***n* = 2, balanced** 干渉による弱め合い

$$\sum_{x=0}^{3} \frac{(-1)^{f(x)}}{2^n} = \frac{(-1)^0 + (-1)^1 + (-1)^1 + (-1)^0}{4} = 0$$

改良版



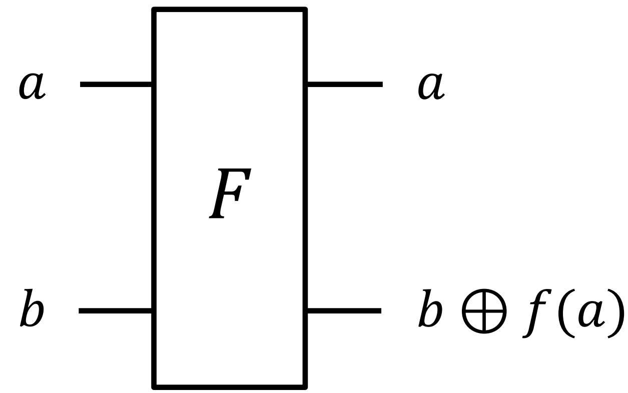
$$|0 \oplus f(x)\rangle - |1 \oplus f(x)\rangle = (-1)^{f(x)}(|0\rangle - |1\rangle)$$

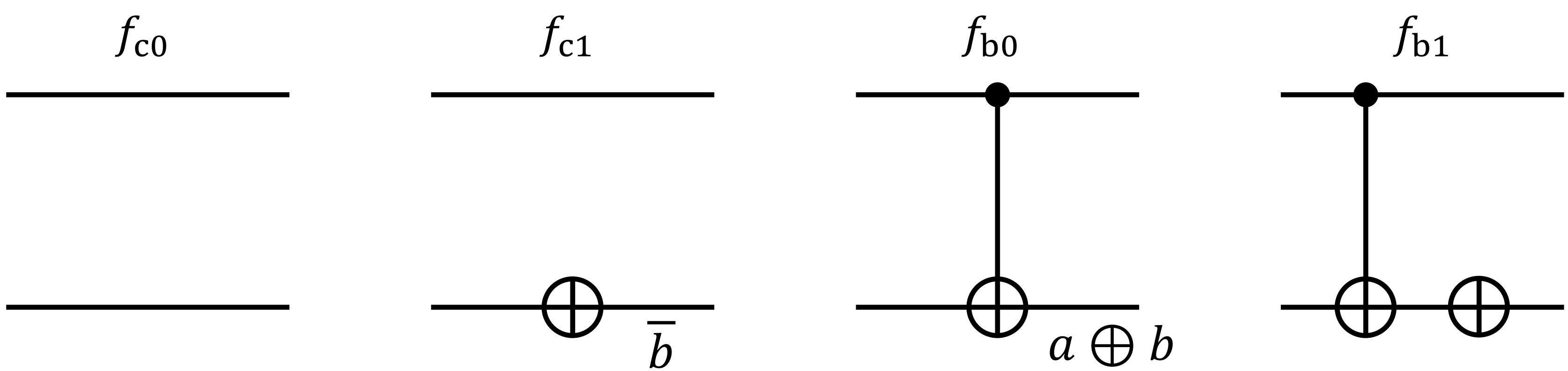
$$\frac{1}{\sqrt{2^n}}\sum_x |x\rangle \left(\frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}\right) \xrightarrow{\quad F \quad} \frac{1}{\sqrt{2^n}}\sum_x (-1)^{f(x)}|x\rangle \left(\frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\xrightarrow{(H^{\otimes n}) \otimes I} \sum_{x,y} \frac{(-1)^{f(x)+x\cdot y}}{2^n}|y\rangle \left(\frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}\right)$$

1ビットのFゲート

a	constant		balanced	
	f_{c0}	f_{c1}	f_{b0}	f_{b1}
0	0	1	0	1
1	0	1	1	0





NOTゲート　　制御NOTゲート

量子コンピューティングの難しさ

- 量子情報を**位相**に書き込み、**量子干渉**により解の状態を抜き出す
  → 計算中に**位相コヒーレンス**を保つことが必要

- 量子状態は**複製できない**(任意の状態$|\phi\rangle$に対して$U|\phi\rangle|0\rangle = |\phi\rangle|\phi\rangle$となるユニタリ演算子$U$は存在しない)
  → **量子誤り訂正符号 & 誤り耐性量子計算**

  (フォールトトレラント, fault tolerant)

講演内容

- **量子コンピューティング**
  - 量子ビット
  - 量子ゲート(ユニタリ演算)
  - 量子アルゴリズム

- **シリコンスピン量子コンピュータ**
  - リンドナー
  - MOS量子ドット
  - Si/SiGe量子ドット

ディビンチェンゾの要請

1. **スケーラブルな量子ビット列**
2. **初期化**
3. **長いコヒーレンス時間**
4. **ユニバーサル量子ゲート**
5. **射影測定**

D. DiVincenzo
(©RWTH Aachen U.)

Fortschr. Phys. **48**, 771 (2000) DiVincenzo

ディビンチェンゾの要請

1. **スケーラブルな量子ビット列**
   → スピン系における最大の課題

2. **初期化**
   → スピン緩和(T_1)、スピン依存トンネル etc

3. **長いコヒーレンス時間**
   → T_{2e} ~1 sec、T_{2n} ~30 min

4. **ユニバーサル量子ゲート**
   → 1量子ビット制御 + CNOT

5. **射影測定**
   → スピン・電荷変換

D. DiVincenzo
(©RWTH Aachen U.)

Fortschr. Phys. **48**, 771 (2000) DiVincenzo

ディビンチェンゾの要請

フェデリティ > 99%

1. **スケーラブルな量子ビット列**
   → スピン系における最大の課題

2. **初期化**
   → スピン緩和(T_1)、スピン依存トンネル etc

3. **長いコヒーレンス時間**
   → 表面符号による誤り耐性(T_2→∞)

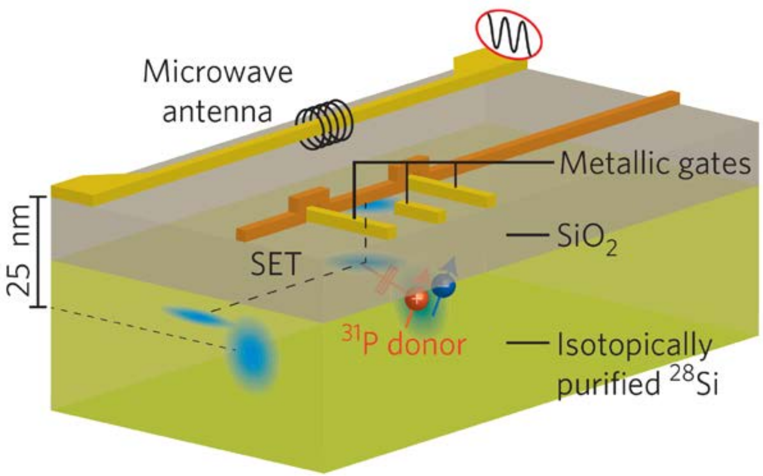
4. **ユニバーサル量子ゲート**
   → 1量子ビット制御 + CNOT

5. **射影測定**
   → スピン・電荷変換

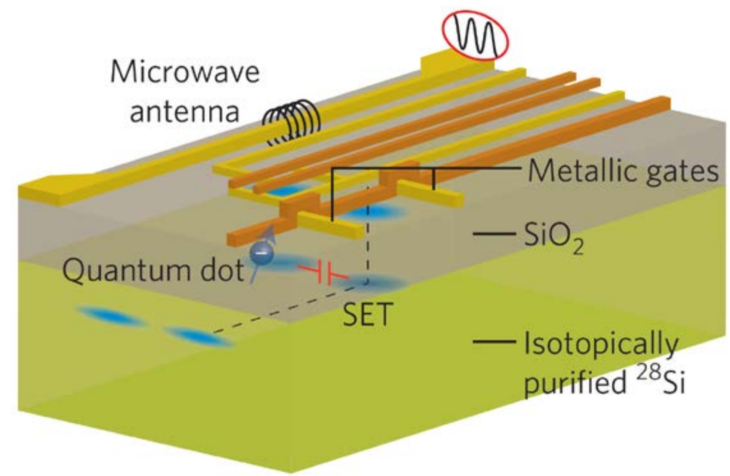
D. DiVincenzo
(©RWTH Aachen U.)

Fortschr. Phys. **48**, 771 (2000) DiVincenzo

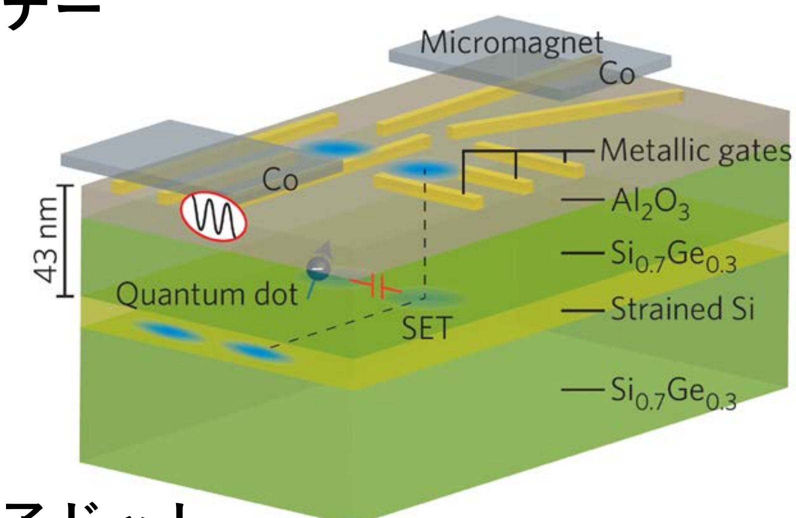
シリコンスピン



リンドナー



MOS量子ドット

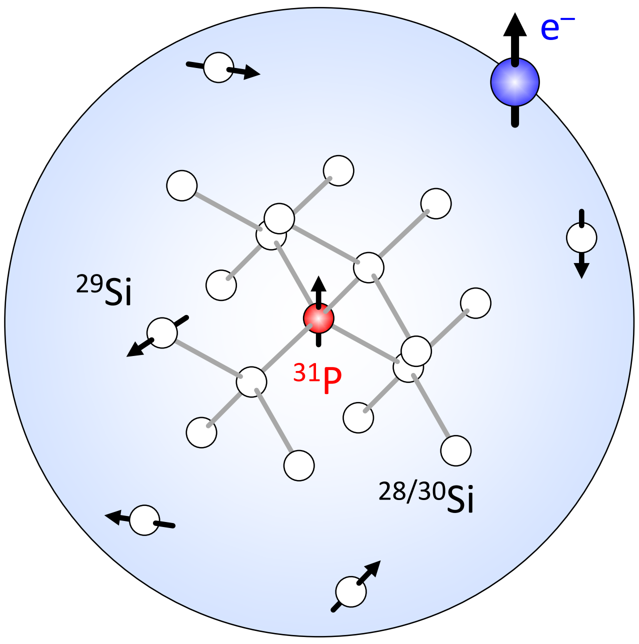


Si/SiGe量子ドット

Nature Nano. **9**, 966 (2014) Schreiber & Bluhm

シリコン中のリンドナー

III (13)	IV (14)	V (15)
B	C	N
Al	**Si**	**P**
Ga	Ge	As

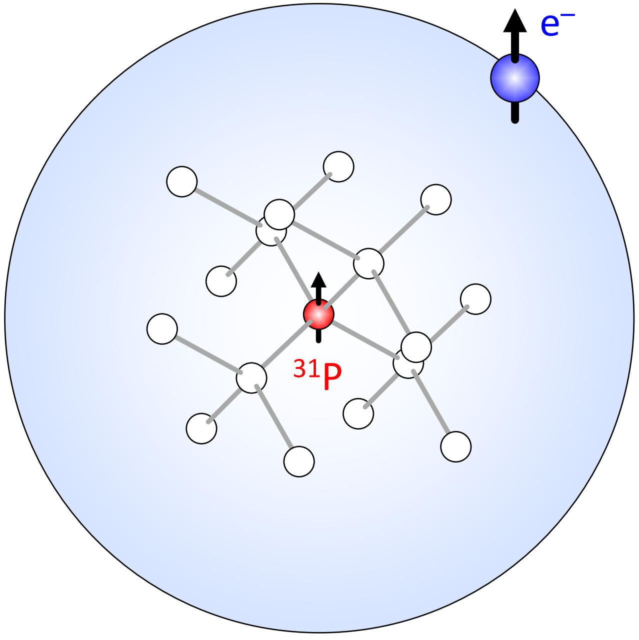


^{28}Si : ^{29}Si (I = ½) : ^{30}Si = 92.2% : 4.7% : 3.1%

^{31}P (I = ½) = 100%

シリコン中のリンドナー

III (13)	IV (14)	V (15)
B	C	N
Al	**Si**	**P**
Ga	Ge	As



同位体制御^{28}Si → 99.995%

^{31}P (I = ½) = 100%

シリコン中のリンドナー

スピンハミルトニアン

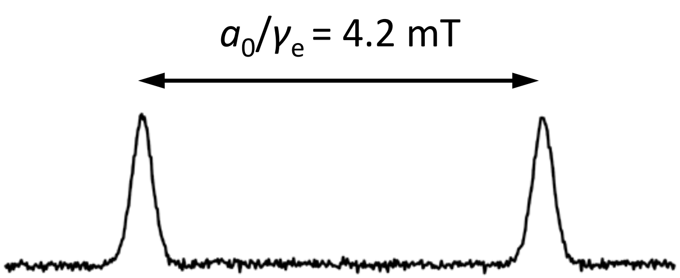
$$H_0 = \gamma_{\mathrm{e}} B_0 S_z - \gamma_{\mathrm{P}} B_0 I_z + a_0 S_z I_z$$

B_0 ~ 350 mT (X-band)

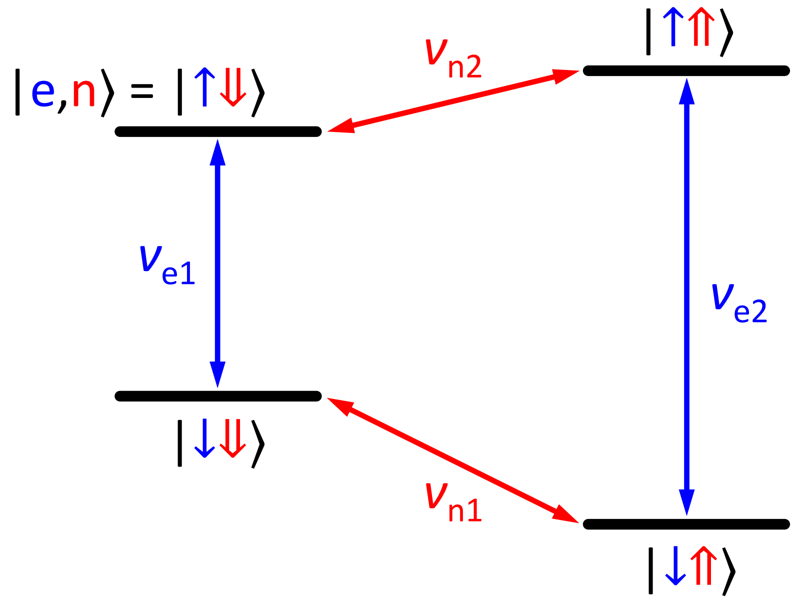
γ_{e} = 27.97 GHz/T

γ_{P} = 17.23 MHz/T

a_0 = 117.53 MHz



アンサンブル電子スピン共鳴(磁場掃引)



$\nu_{\mathrm{e1}} = \gamma_{\mathrm{e}} B_0 - a_0/2$ $\quad$ $\nu_{\mathrm{e2}} = \gamma_{\mathrm{e}} B_0 + a_0/2$

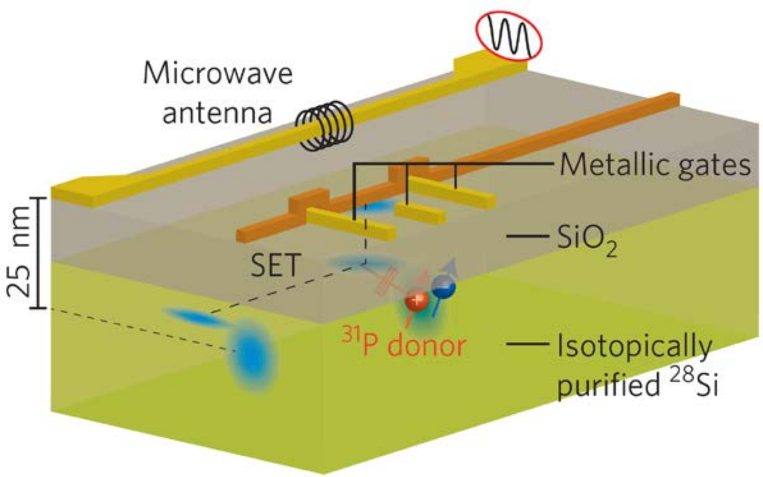
$\nu_{\mathrm{n1}} = a_0/2 + \gamma_{\mathrm{P}} B_0$ $\quad$ $\nu_{\mathrm{n2}} = a_0/2 - \gamma_{\mathrm{P}} B_0$

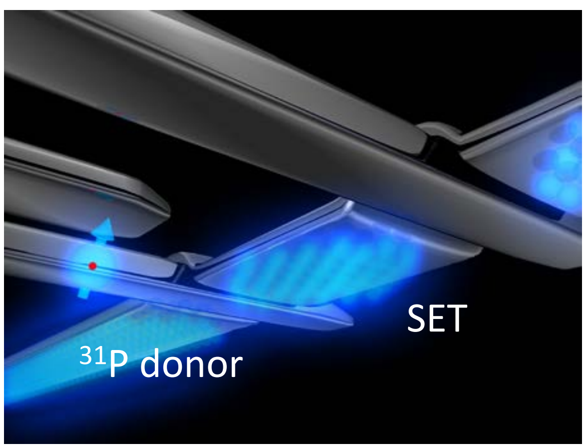
LETTER

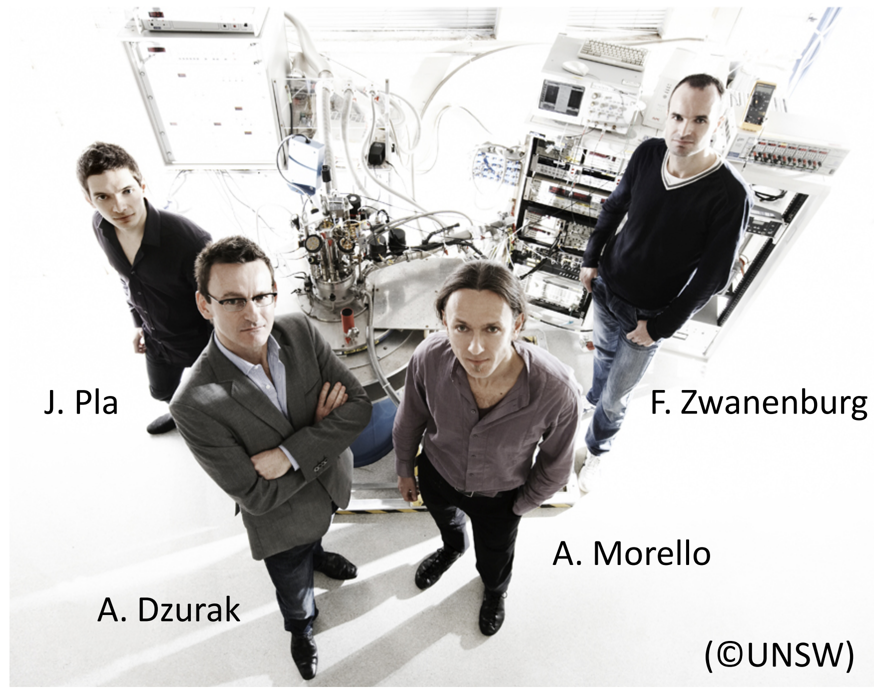
doi:10.1038/nature09392

Single-shot readout of an electron spin in silicon

Andrea Morello[1], Jarryd J. Pla[1], Floris A. Zwanenburg[1], Kok W. Chan[1], Kuan Y. Tan[1], Hans Huebl[1]†, Mikko Möttönen[1,3,4], Christopher D. Nugroho[1]†, Changyi Yang[2], Jessica A. van Donkelaar[2], Andrew D. C. Alves[2], David N. Jamieson[2], Christopher C. Escott[1], Lloyd C. L. Hollenberg[2], Robert G. Clark[1]† & Andrew S. Dzurak[1]

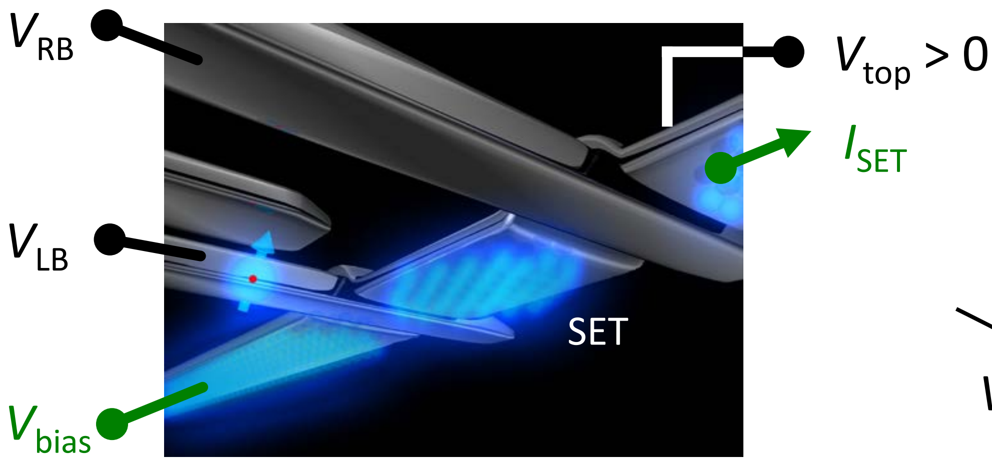




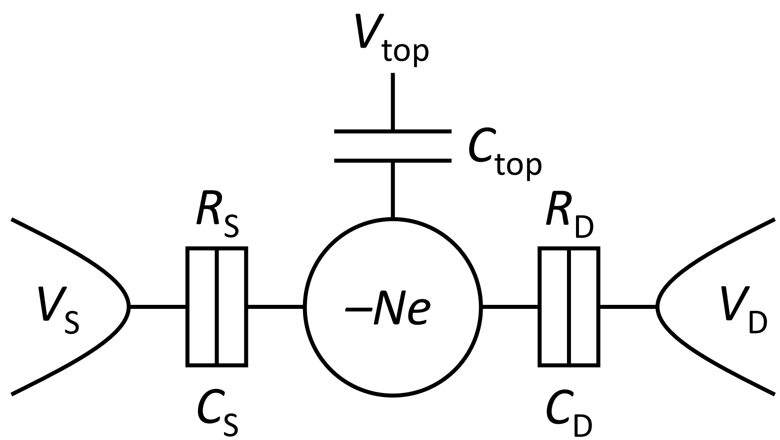


Nature **497**, 687 (2010) Morello *et al.*

単電子トランジスタ



定相互作用モデル



電気化学ポテンシャル

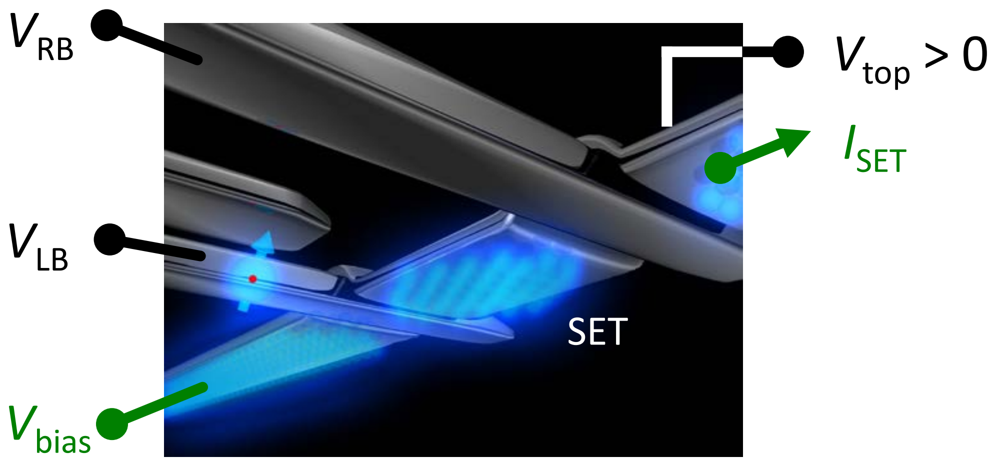
Rev. Mod. Phys. **79**, 1217 (2007) Hanson *et al.*

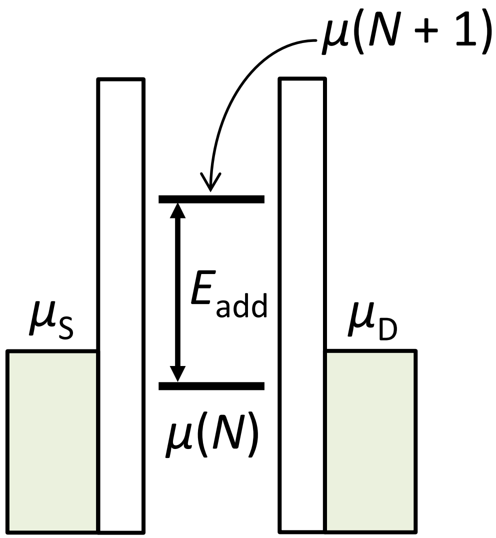
$$\mu(N) = E_{\mathrm{C}}\left(N - N_0 - \frac{1}{2}\right) - \frac{E_{\mathrm{C}}}{e}\left(C_{\mathrm{S}}V_{\mathrm{S}} + C_{\mathrm{top}}V_{\mathrm{top}} + C_{\mathrm{D}}V_{\mathrm{D}}\right) + E_N$$

付加エネルギー

$$E_{\mathrm{add}}(N) = \mu(N+1) - \mu(N) = E_{\mathrm{C}} + \Delta E \qquad E_{\mathrm{C}} = \frac{e^2}{C_\Sigma}$$ ：帯電エネルギー

単電子トランジスタ





SET準位、ソース、ドレインのμ
の相対位置で伝導を理解する

電気化学ポテンシャル

$$\mu(N) = E_C\left(N - N_0 - \frac{1}{2}\right) - \frac{E_C}{e}(C_S V_S + C_{top} V_{top} + C_D V_D) + E_N$$

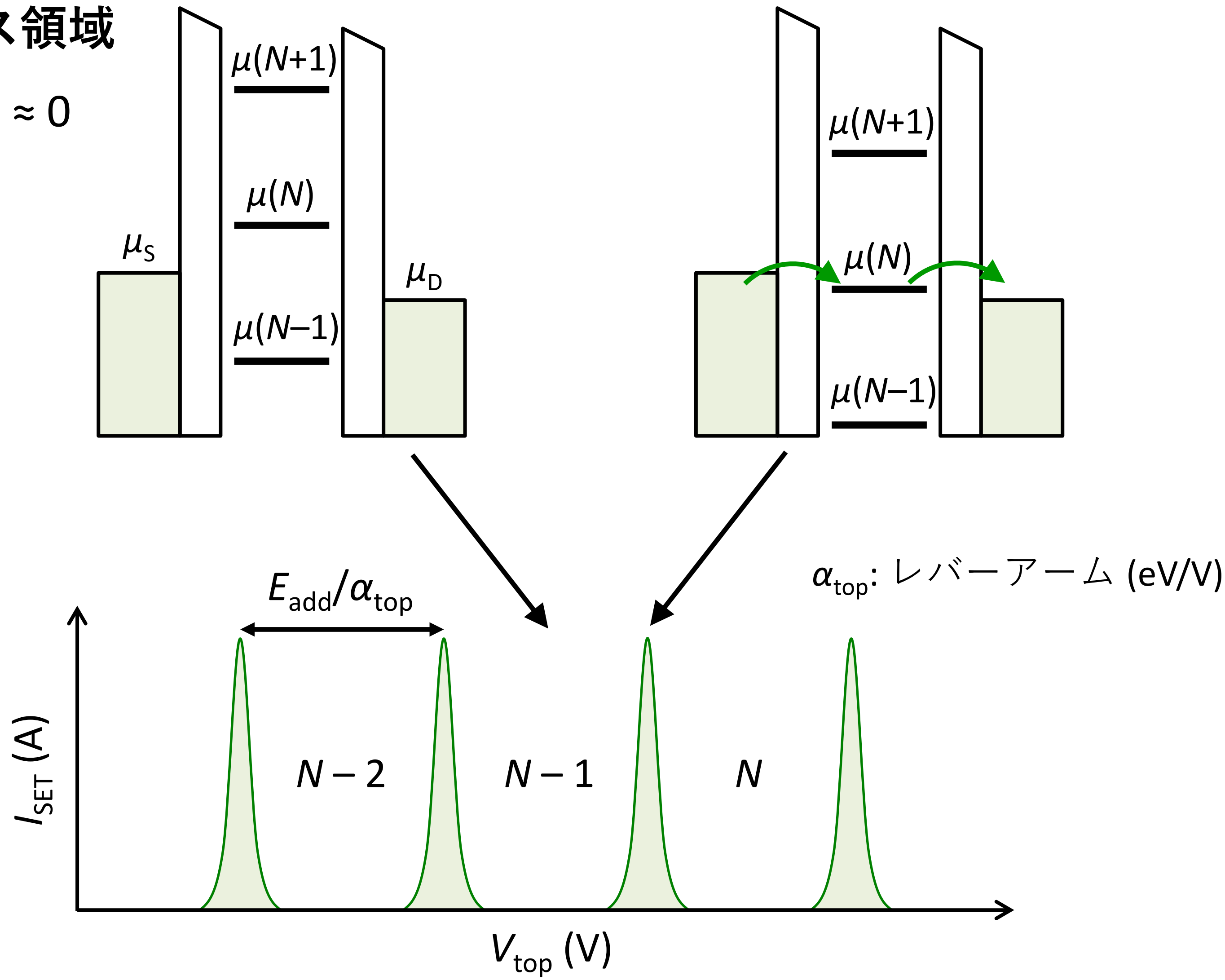
付加エネルギー

$$E_{add}(N) = \mu(N+1) - \mu(N) = E_C + \Delta E \qquad E_C = \frac{e^2}{C_\Sigma}$$ ：帯電エネルギー

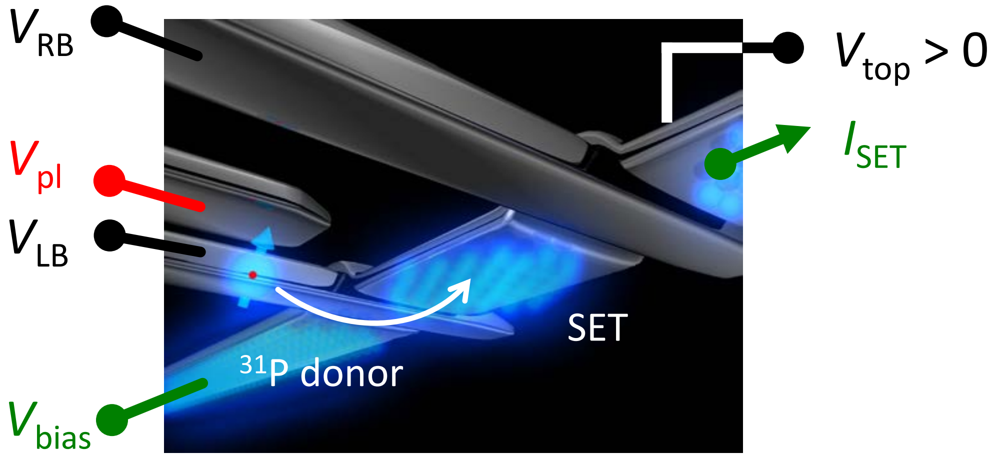
クーロン振動

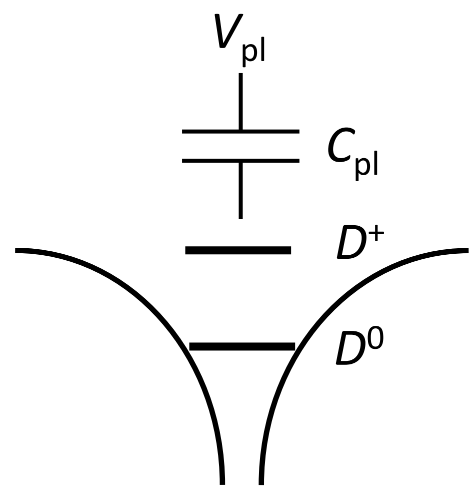
低バイアス領域

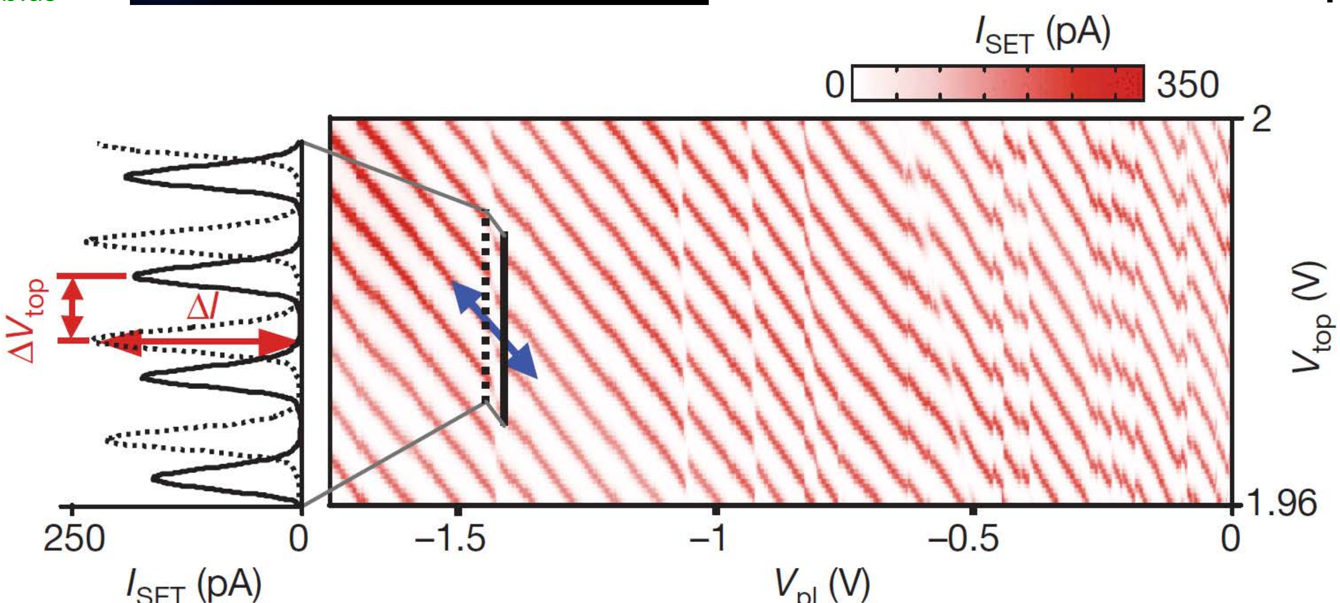
$|\mu_S - \mu_D| \approx 0$



ドナー・SETハイブリッド

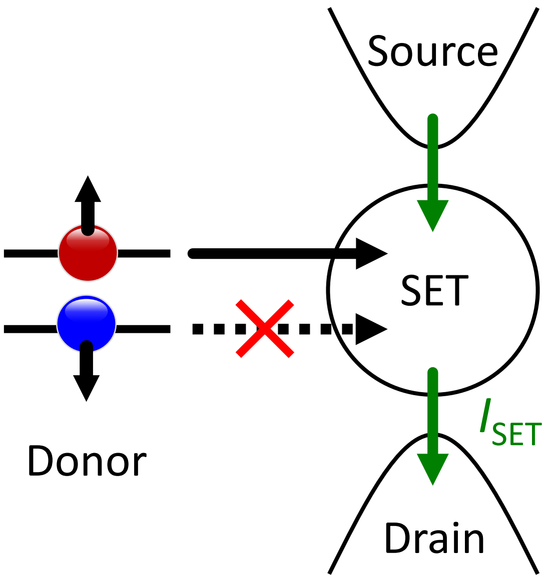






Nature **497**, 687 (2010) Morello *et al.*

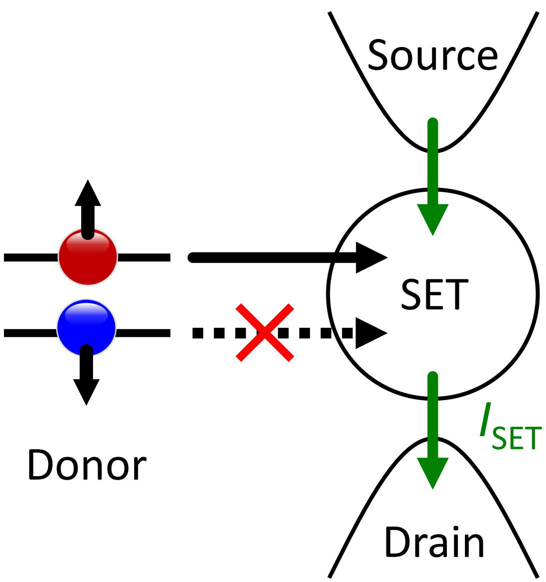
スピン・電荷変換

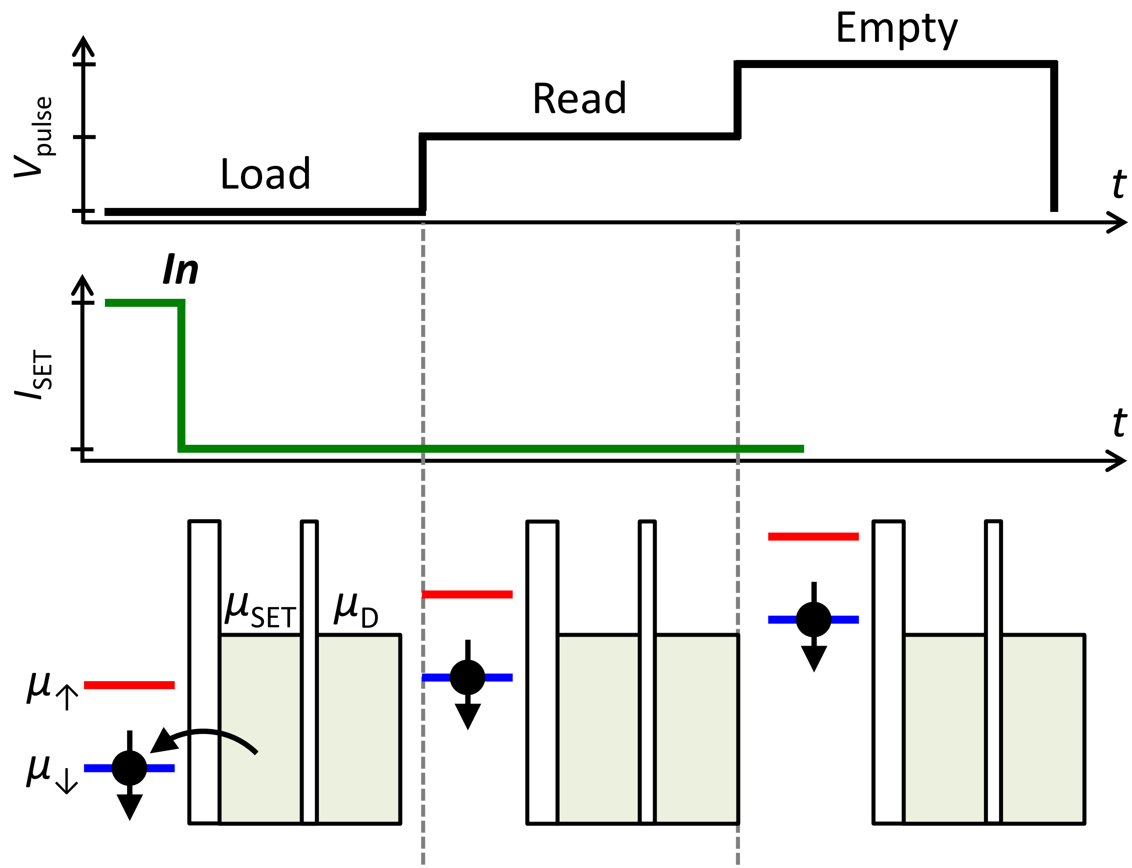


$E(D^+) - E(D^0)$ = 45 meV
E_C = 1.5 meV
E_z = 28 GHz = 116 μeV (@B_0 = 1 T)
T_{elec} = 200 mK = 17 μeV

Nature **497**, 687 (2010) Morello *et al.*

スピン測定(↓)





$E(D^+) - E(D^0) = 45$ meV

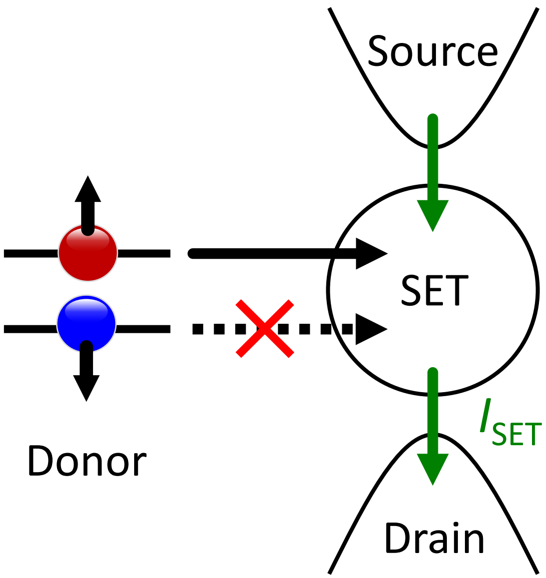
$E_C = 1.5$ meV

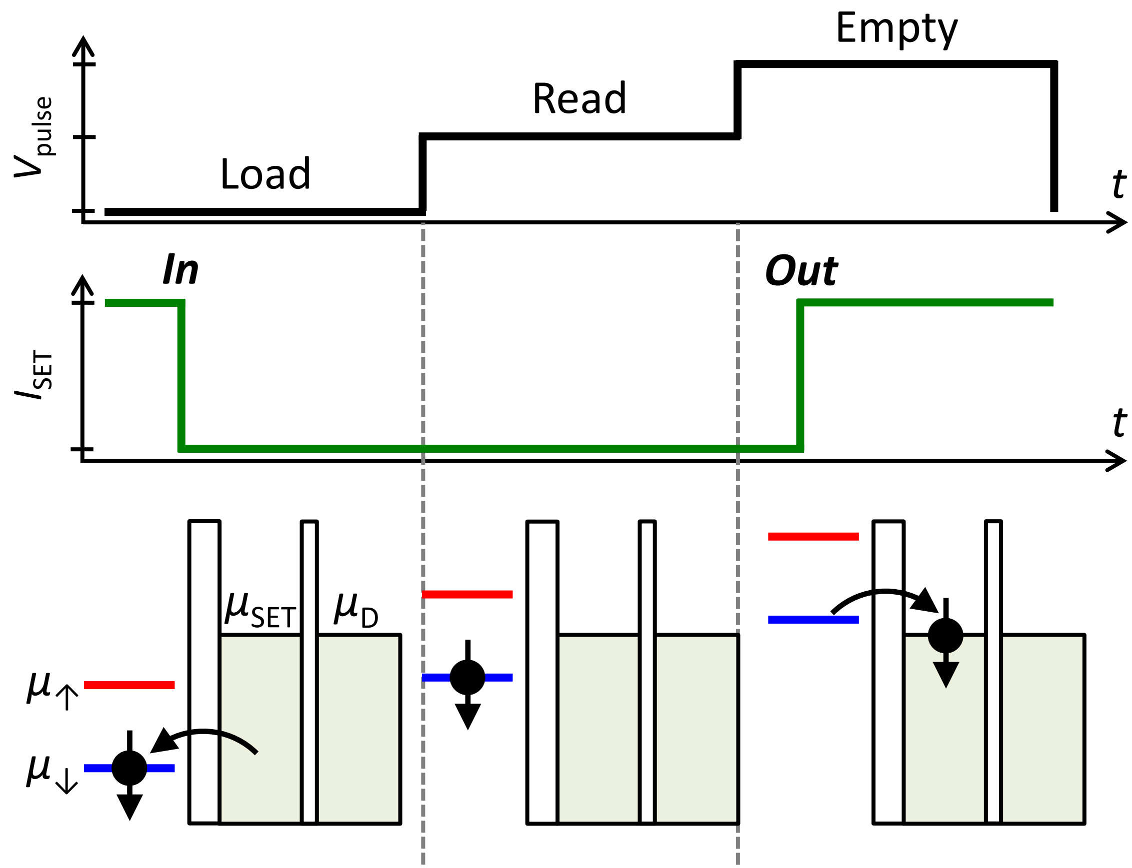
$E_z = 28$ GHz $= 116\ \mu$eV (@$B_0 = 1$ T)

$T_{elec} = 200$ mK $= 17\ \mu$eV

(GaAs QD) Nature **430**, 431 (2004) Elzerman *et al.*

スピン測定(↓)





$E(D^+) - E(D^0) = 45$ meV

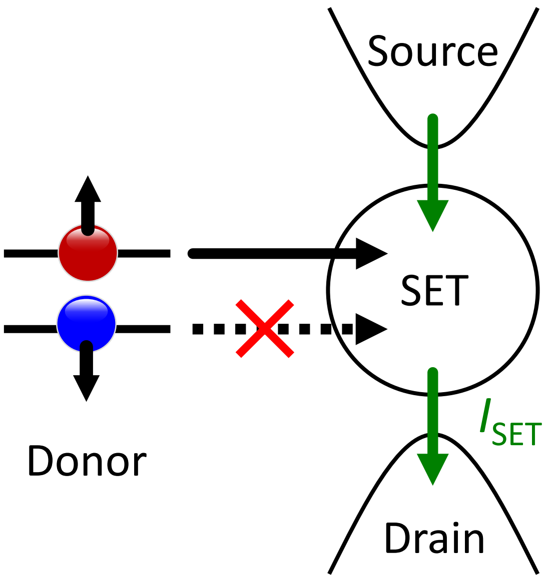
$E_C = 1.5$ meV

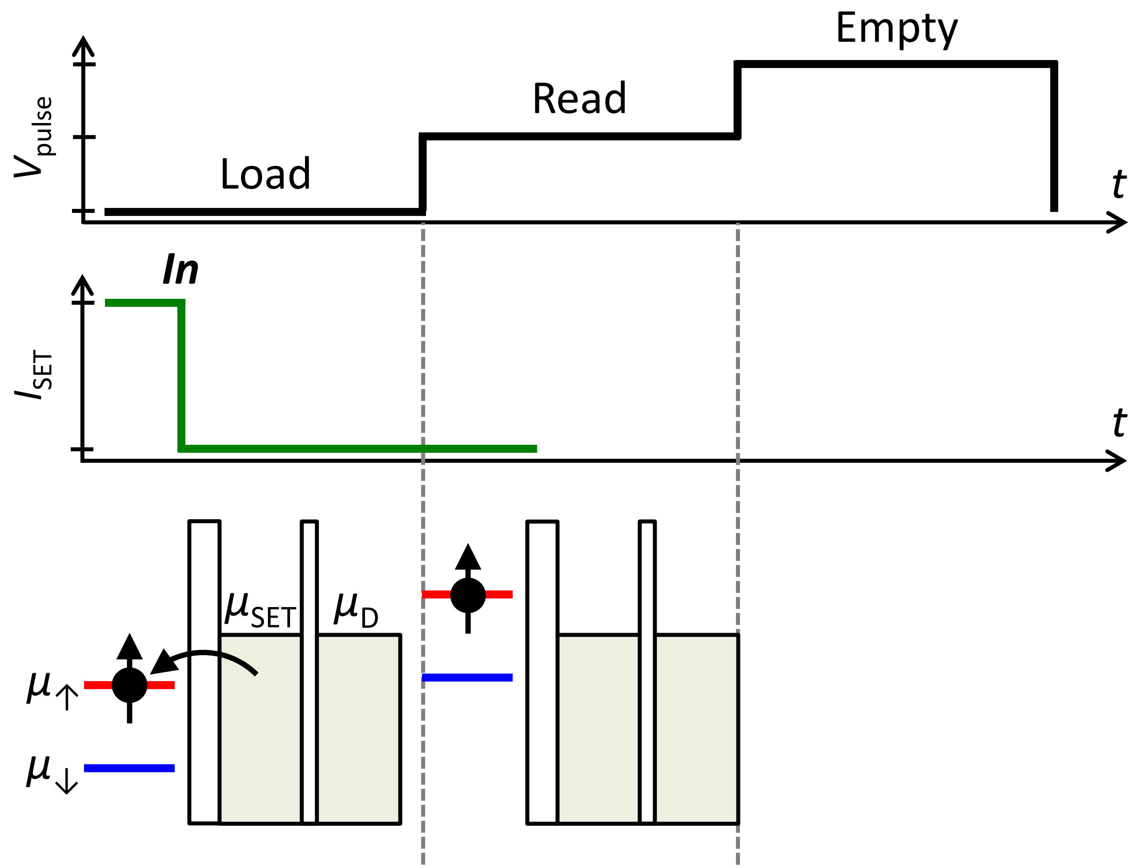
$E_z = 28$ GHz $= 116\ \mu$eV (@$B_0 = 1$ T)

$T_{elec} = 200$ mK $= 17\ \mu$eV

(GaAs QD) Nature **430**, 431 (2004) Elzerman *et al.*

スピン測定(↑)





$E(D^+) - E(D^0) = 45$ meV

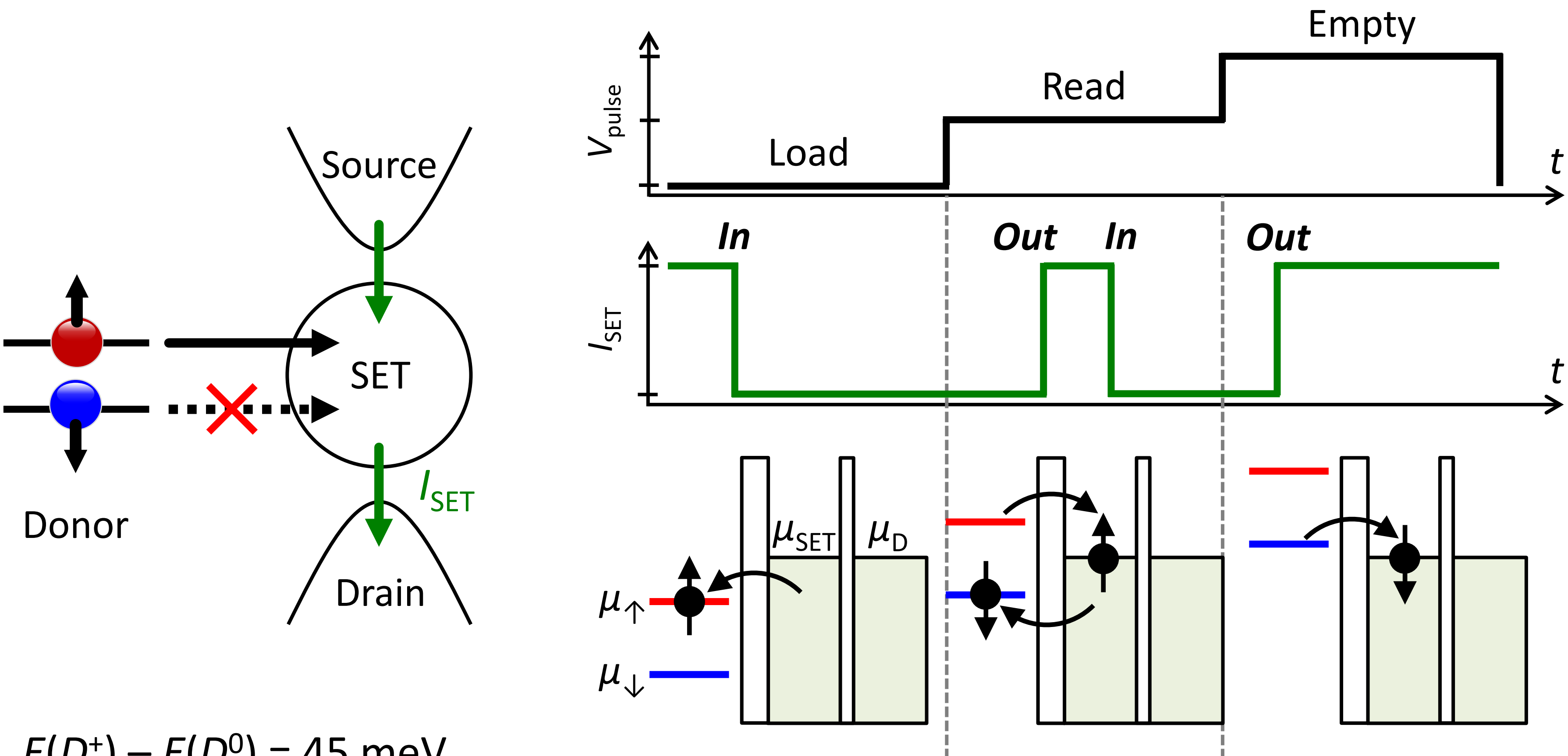
$E_C = 1.5$ meV

$E_z = 28$ GHz $= 116\ \mu$eV (@$B_0 = 1$ T)

$T_{elec} = 200$ mK $= 17\ \mu$eV

(GaAs QD) Nature **430**, 431 (2004) Elzerman *et al.*

スピン測定(↑)



$E(D^+) - E(D^0)$ = 45 meV

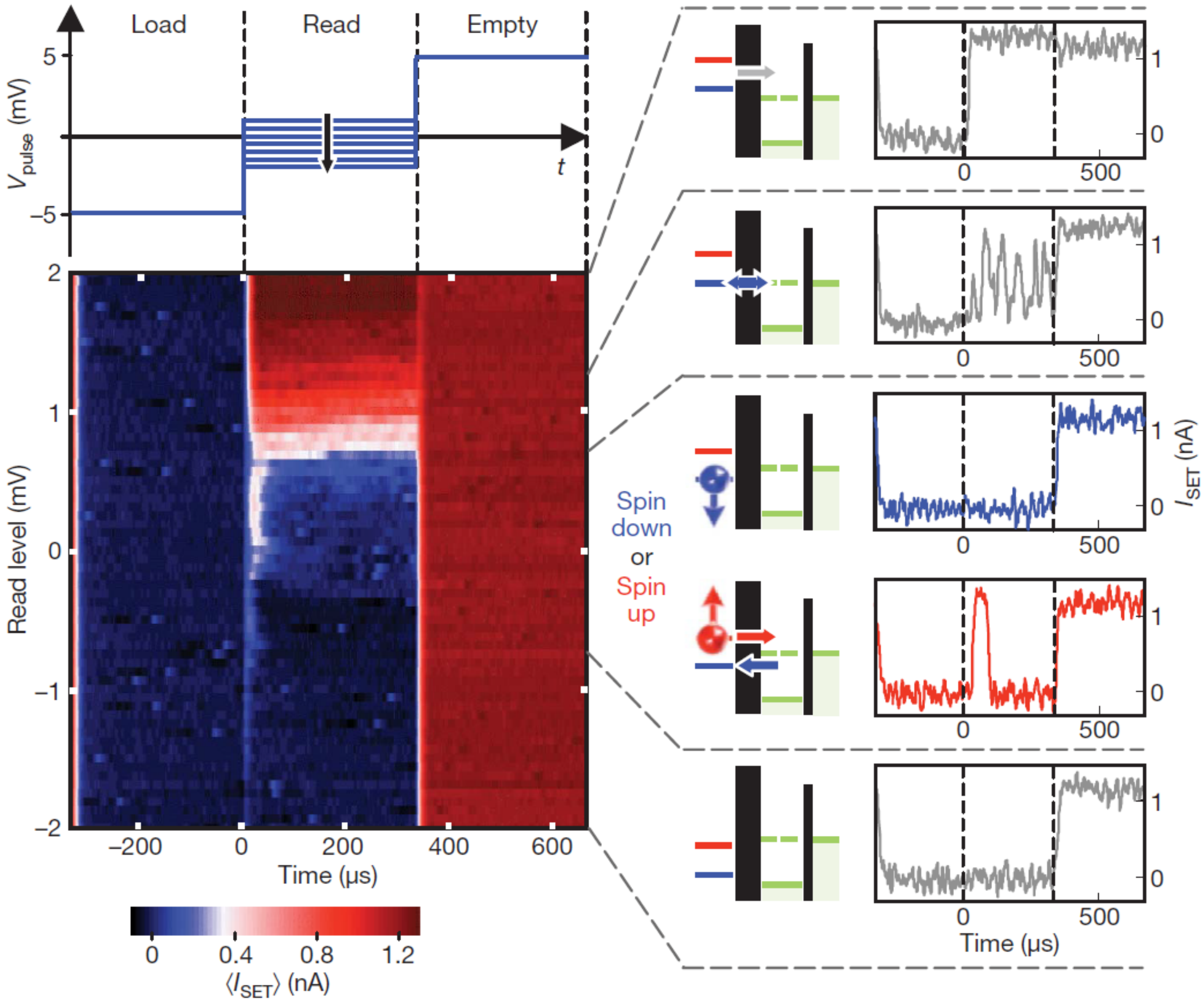
E_C = 1.5 meV

E_z = 28 GHz = 116 μeV (@B_0 = 1 T)

T_{elec} = 200 mK = 17 μeV

(GaAs QD) Nature **430**, 431 (2004) Elzerman *et al.*

電子スピン単発読み出し



Nature **497**, 687 (2010) Morello *et al.*

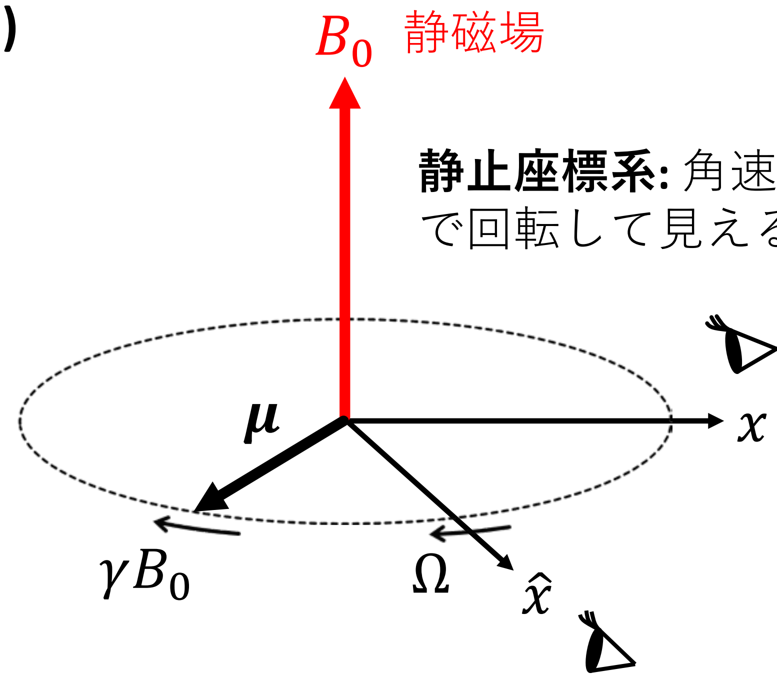
磁気共鳴

トルク方程式(ラーモア歳差運動)

$$\frac{d\boldsymbol{\mu}}{dt} = \boldsymbol{\mu} \times \gamma \boldsymbol{B}_0$$

磁気回転比

磁気モーメント: $\boldsymbol{\mu} = \gamma \boldsymbol{J}$

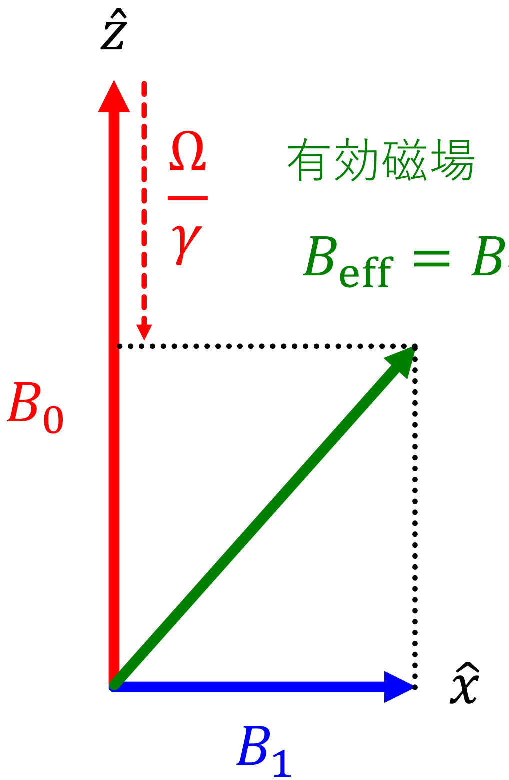


静止座標系: 角速度γB_0で回転して見える

角速度Ωで回転する座標系: 遅くなって見える。なぜ??

z方向の磁場が弱くなったから

磁気共鳴



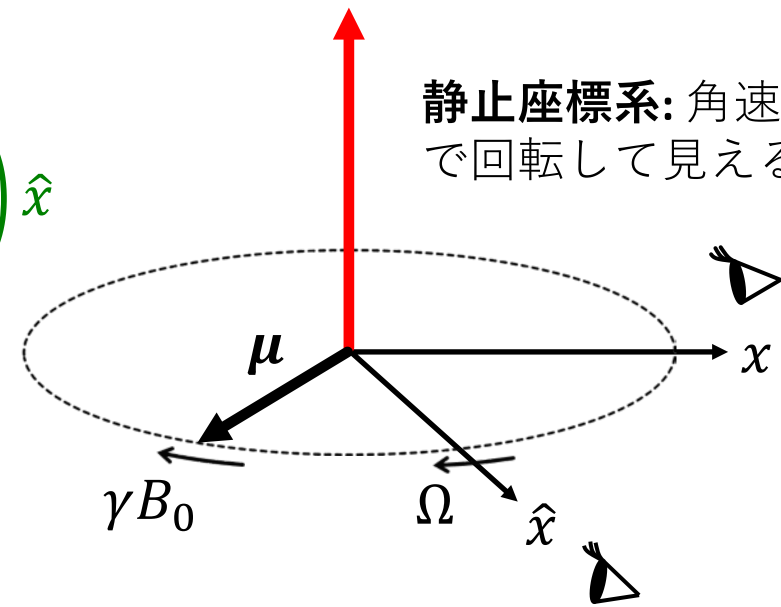
有効磁場

$$B_{\text{eff}} = B_1 \hat{x} + \left(B_0 - \frac{\Omega}{\gamma} \right) \hat{x}$$

xy平面を角速度Ωで回転する交流磁場

B_0 静磁場

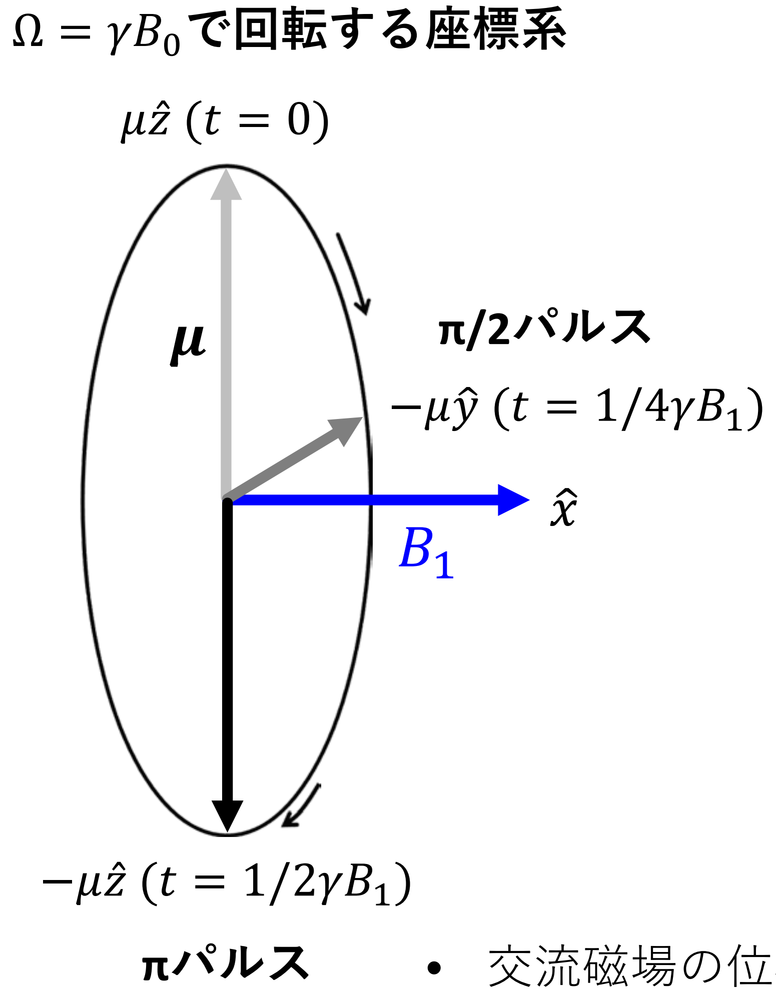
静止座標系: 角速度γB_0で回転して見える

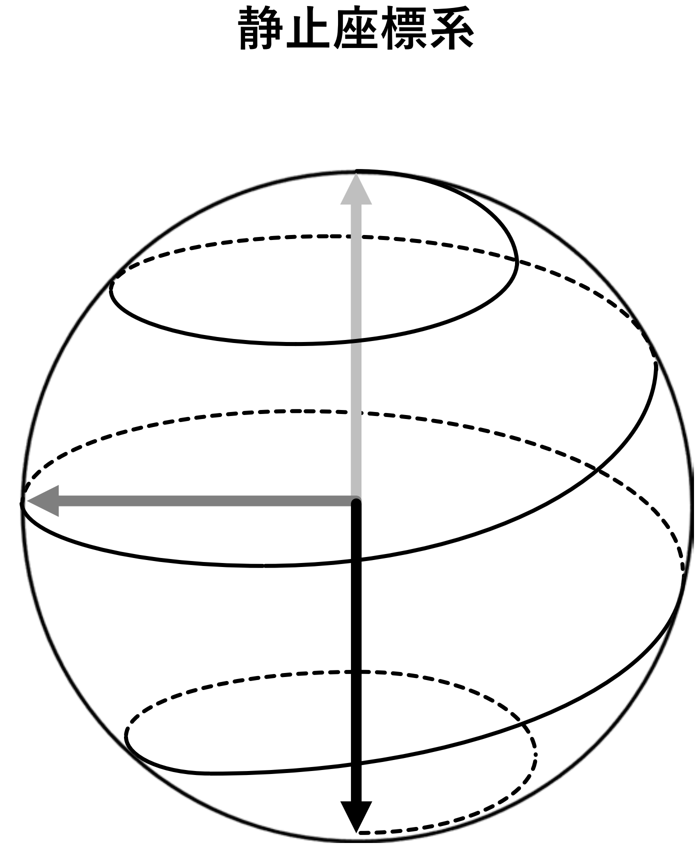


角速度Ωで回転する座標系:
遅くなって見える。なぜ??

z方向の磁場が弱くなったから

磁気共鳴 = 1量子ビット操作





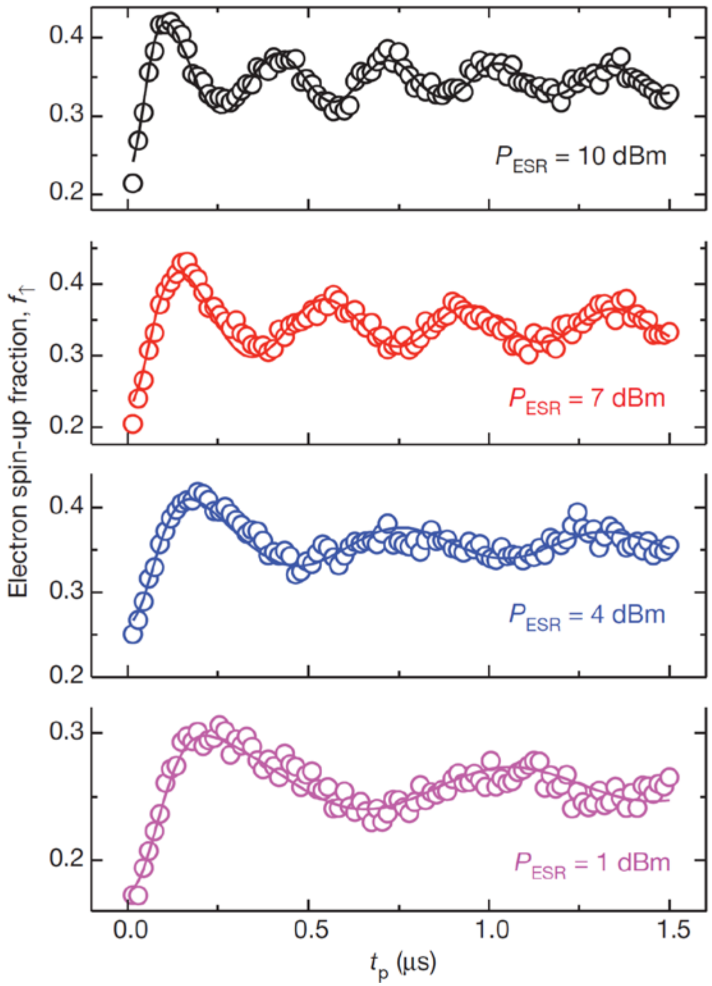
- 交流磁場の位相を調整すれば$\pm\hat{x}, \pm\hat{y}$軸周りの回転が実現
- 静止座標系では$\hat{z}$軸周りの回転が加わる

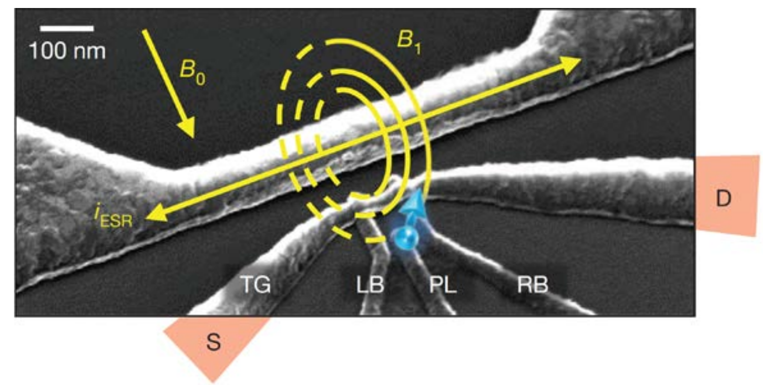
LETTER

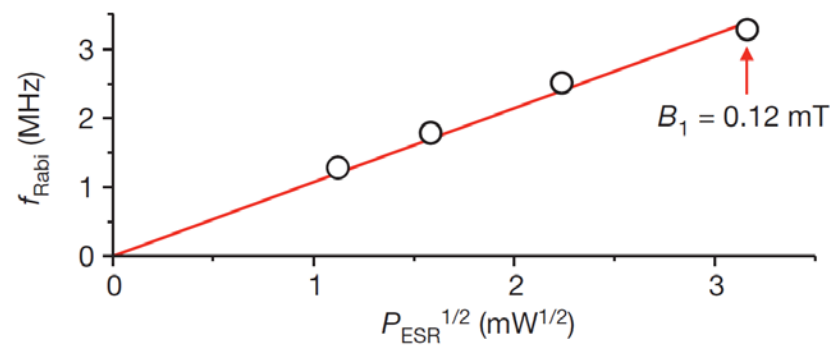
doi:10.1038/nature11449

A single-atom electron spin qubit in silicon

Jarryd J. Pla[1], Kuan Y. Tan[1]†, Juan P. Dehollain[1], Wee H. Lim[1], John J. L. Morton[2]†, David N. Jamieson[3], Andrew S. Dzurak[1] & Andrea Morello[1]







ラビ振動: ^{nat}Siデバイス

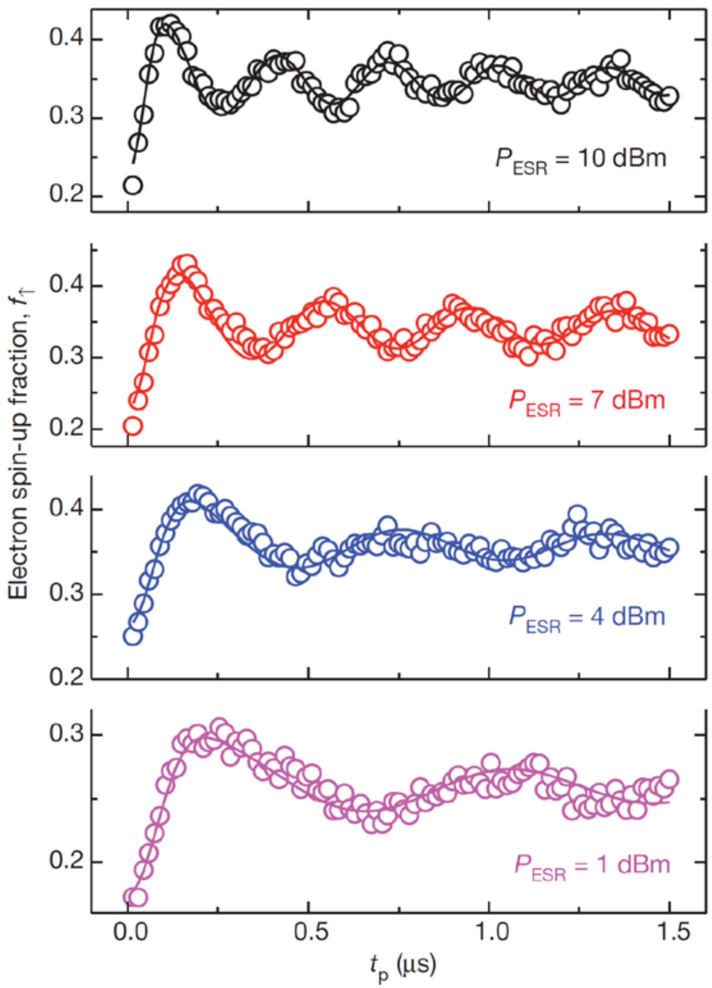
Nature **489**, 541 (2012) Pla *et al.*

LETTER

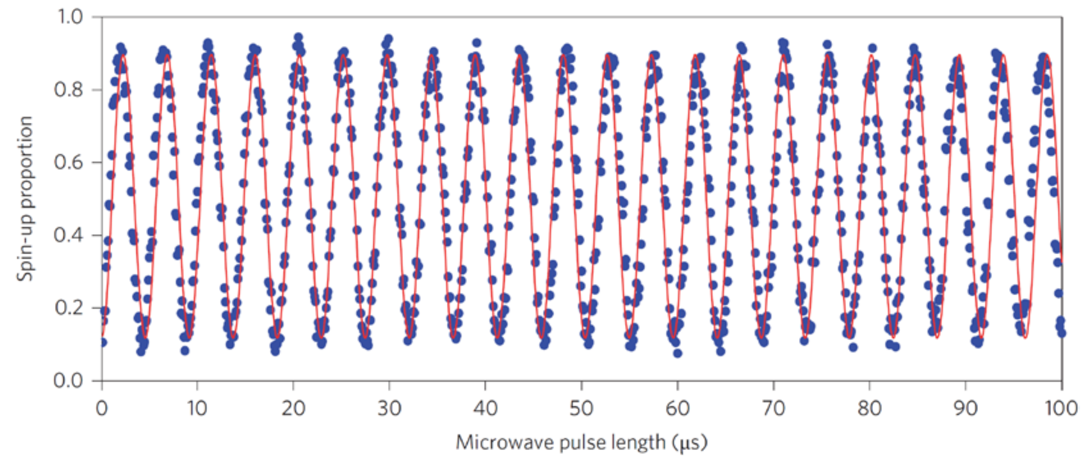
doi:10.1038/nature11449

A single-atom electron spin qubit in silicon

Jarryd J. Pla[1], Kuan Y. Tan[1]†, Juan P. Dehollain[1], Wee H. Lim[1], John J. L. Morton[2]†, David N. Jamieson[3], Andrew S. Dzurak[1] & Andrea Morello[1]



同位体^{28}Si(99.92%)デバイス

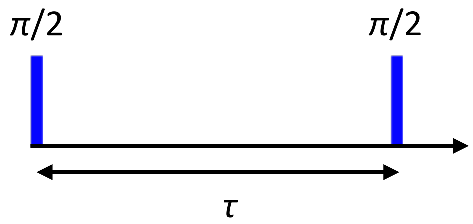


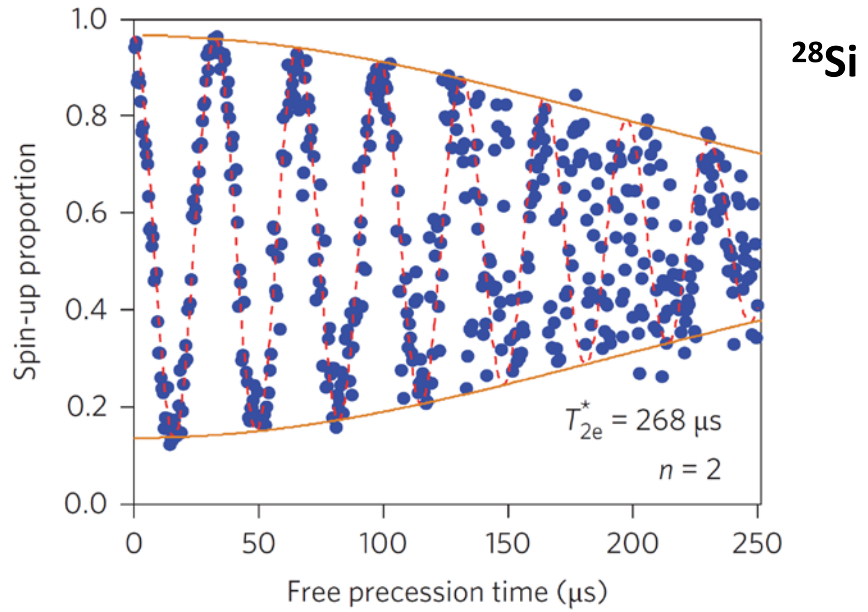
Nature Nano. **9**, 986 (2014) Muhonen *et al.*

ラビ振動: ^{nat}Siデバイス

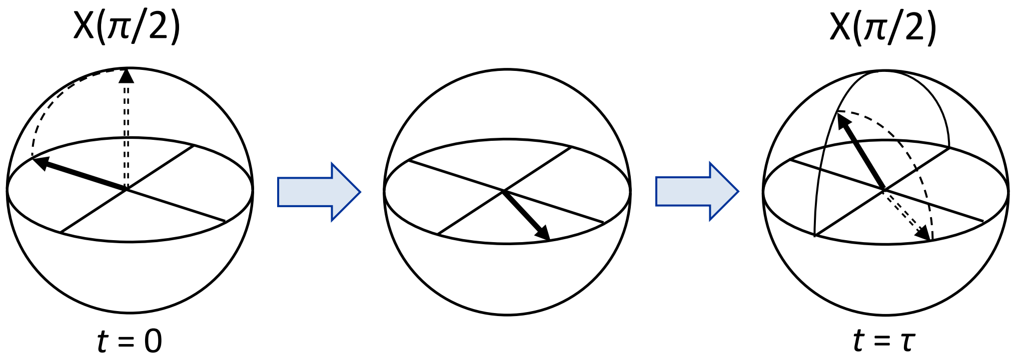
Nature **489**, 541 (2012) Pla *et al.*

ラムゼー干渉: T_2^*



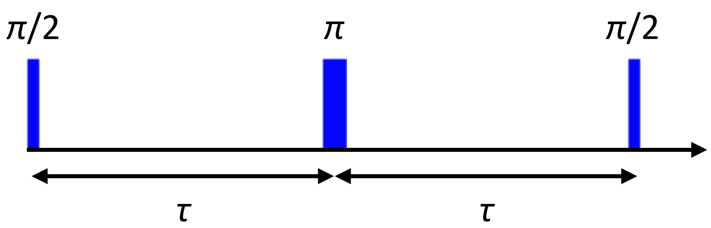


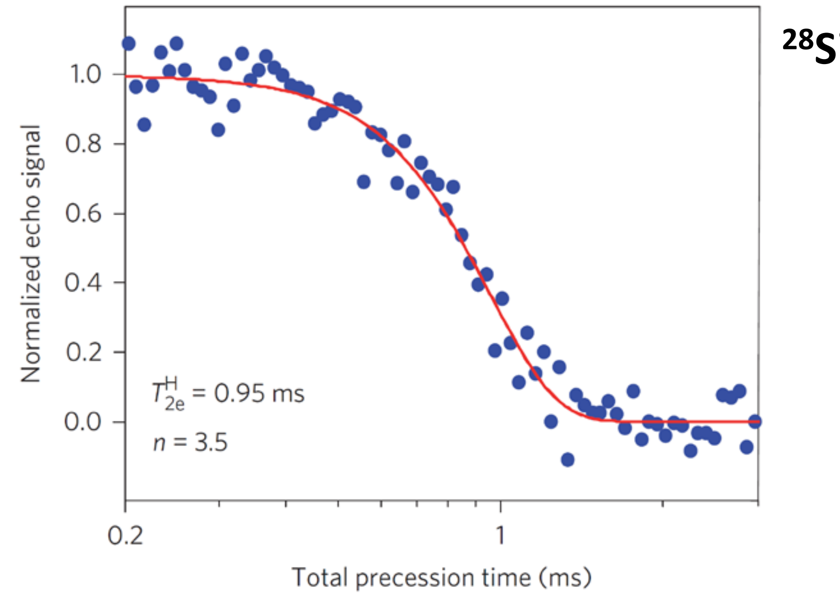
(共鳴から少し外れた回転系)



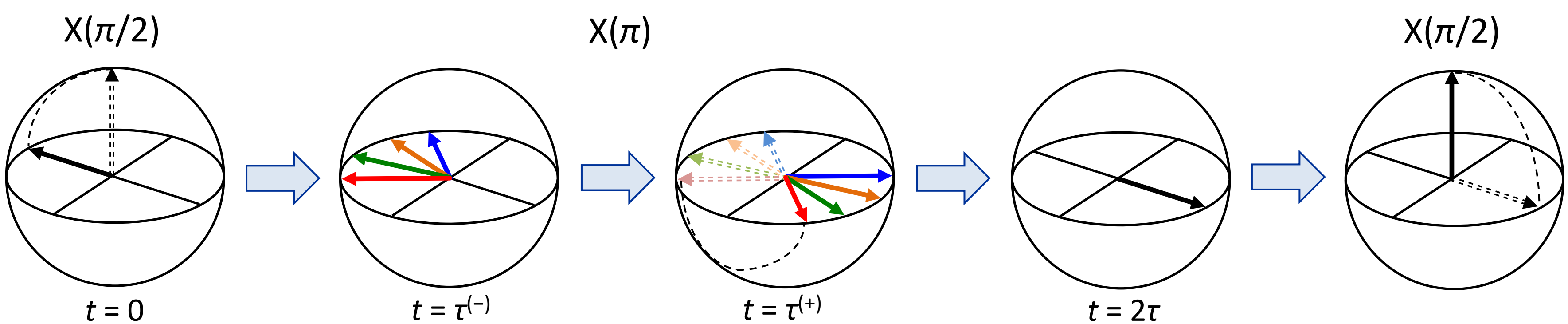
Nature Nano. **9**, 986 (2014) Muhonen *et al.*

スピンエコー: T_2





(共鳴周波数の回転系)



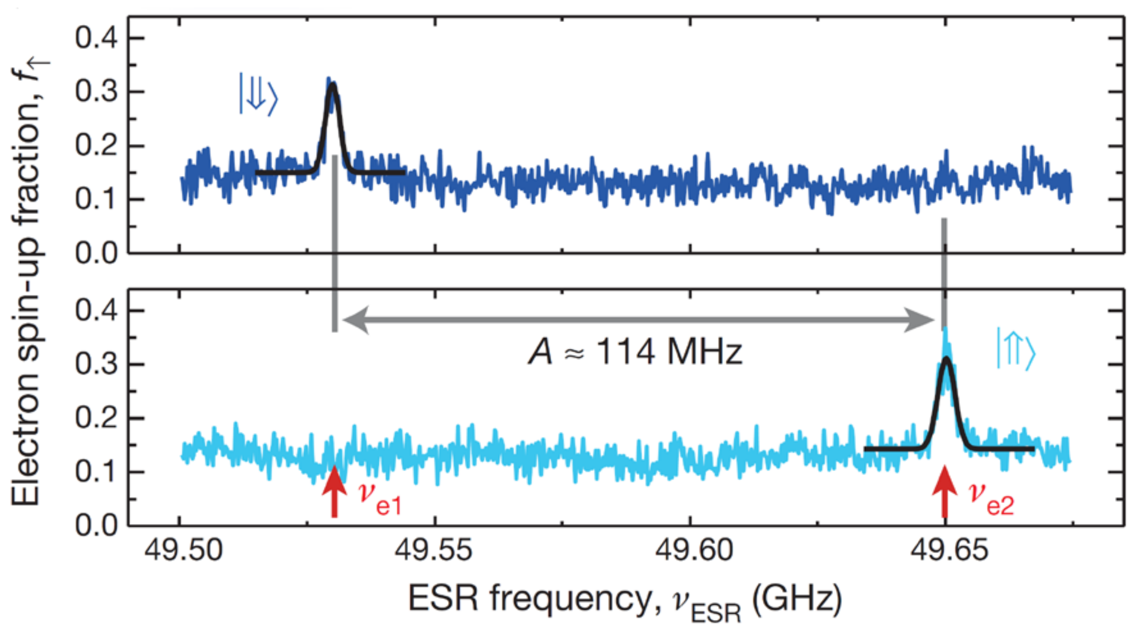
Nature Nano. **9**, 986 (2014) Muhonen *et al.*

LETTER

doi:10.1038/nature12011

High-fidelity readout and control of a nuclear spin qubit in silicon

Jarryd J. Pla[1], Kuan Y. Tan[1]†, Juan P. Dehollain[1], Wee H. Lim[1]†, John J. L. Morton[2], Floris A. Zwanenburg[1]†, David N. Jamieson[3], Andrew S. Dzurak[1] & Andrea Morello[1]



- 電子スピン遷移周波数$\nu_{e1,2} = \gamma_e B_0 \mp a_0/2$は核スピン状態に依存する
- 電子スピン遷移によって核スピン状態は変わらない

→ **量子非破壊(QND)測定**

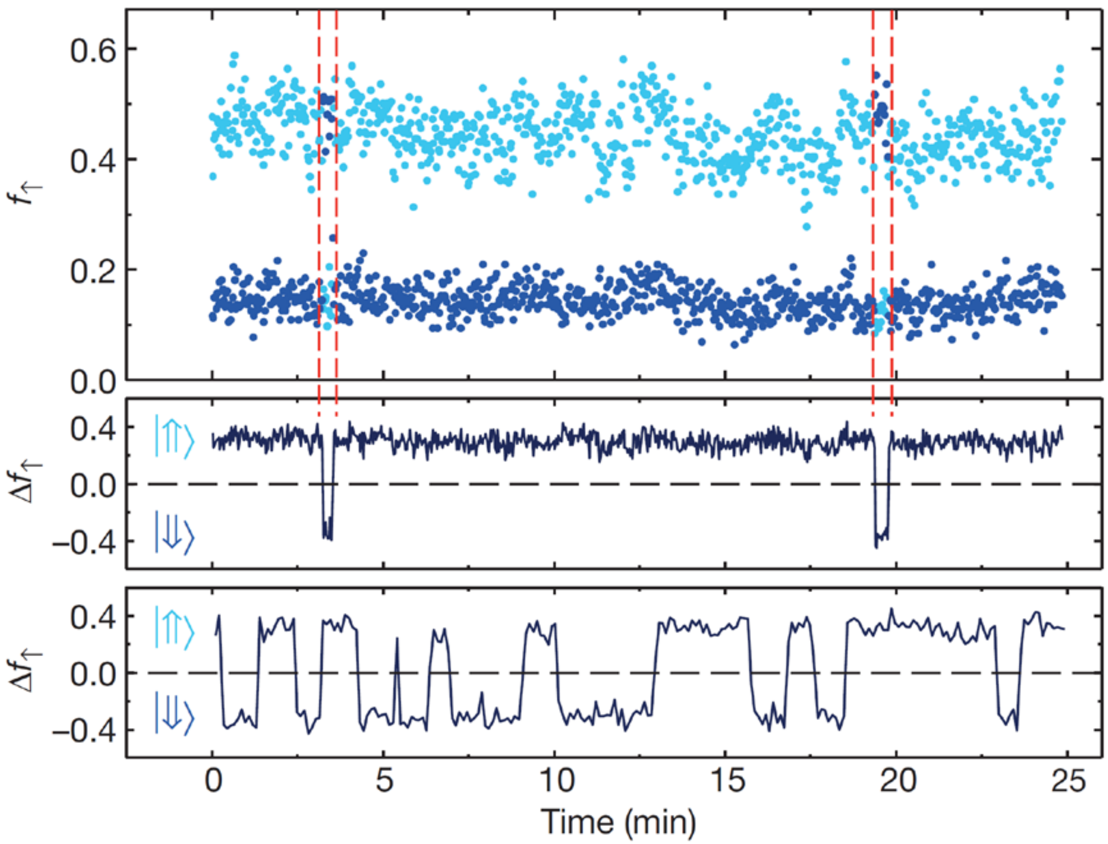
Nature **496**, 334 (2013) Pla *et al.*

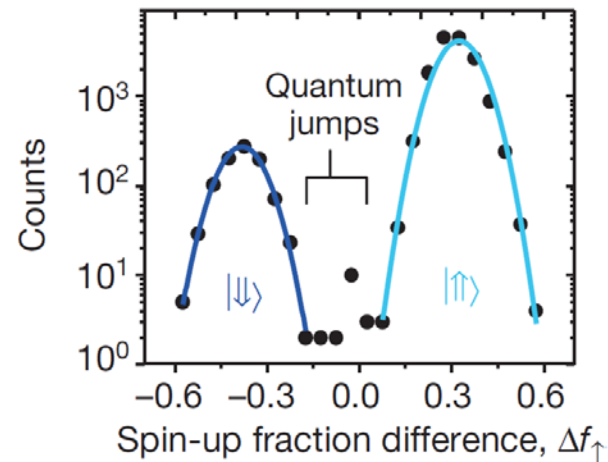
LETTER

doi:10.1038/nature12011

High-fidelity readout and control of a nuclear spin qubit in silicon

Jarryd J. Pla[1], Kuan Y. Tan[1]†, Juan P. Dehollain[1], Wee H. Lim[1]†, John J. L. Morton[2], Floris A. Zwanenburg[1]†, David N. Jamieson[3], Andrew S. Dzurak[1] & Andrea Morello[1]

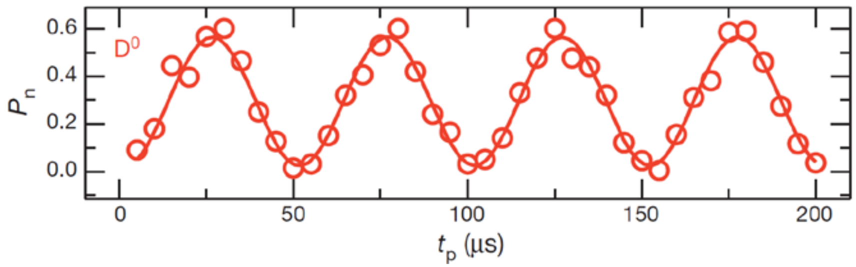




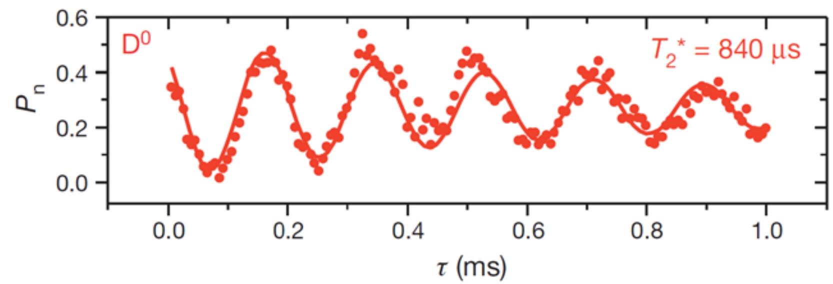
Nature **496**, 334 (2013) Pla *et al.*

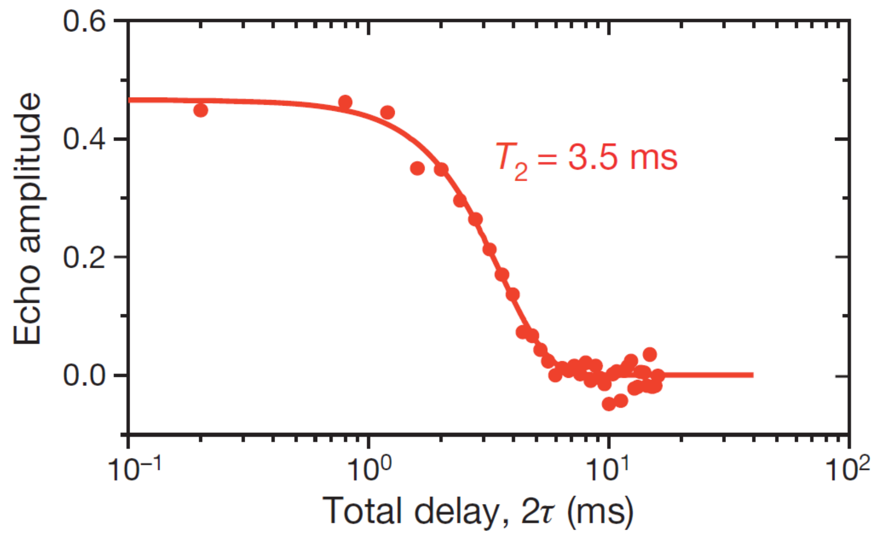
単一核スピンコヒーレント制御

ラビ振動(^{nat}Si)



ラムゼー干渉(^{nat}Si)



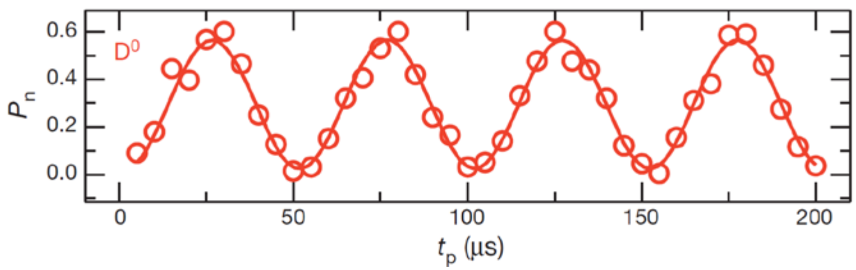


エコー(^{nat}Si)

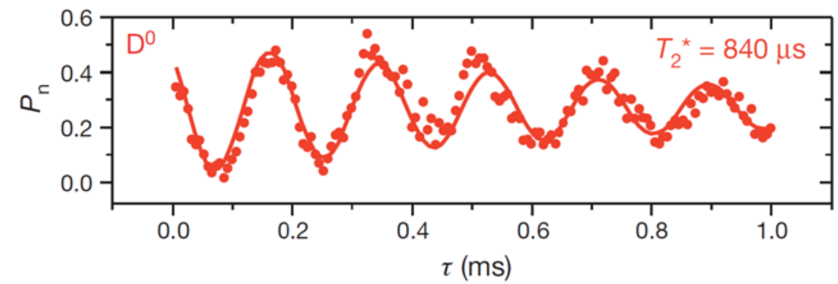
Nature **496**, 334 (2013) Pla *et al.*

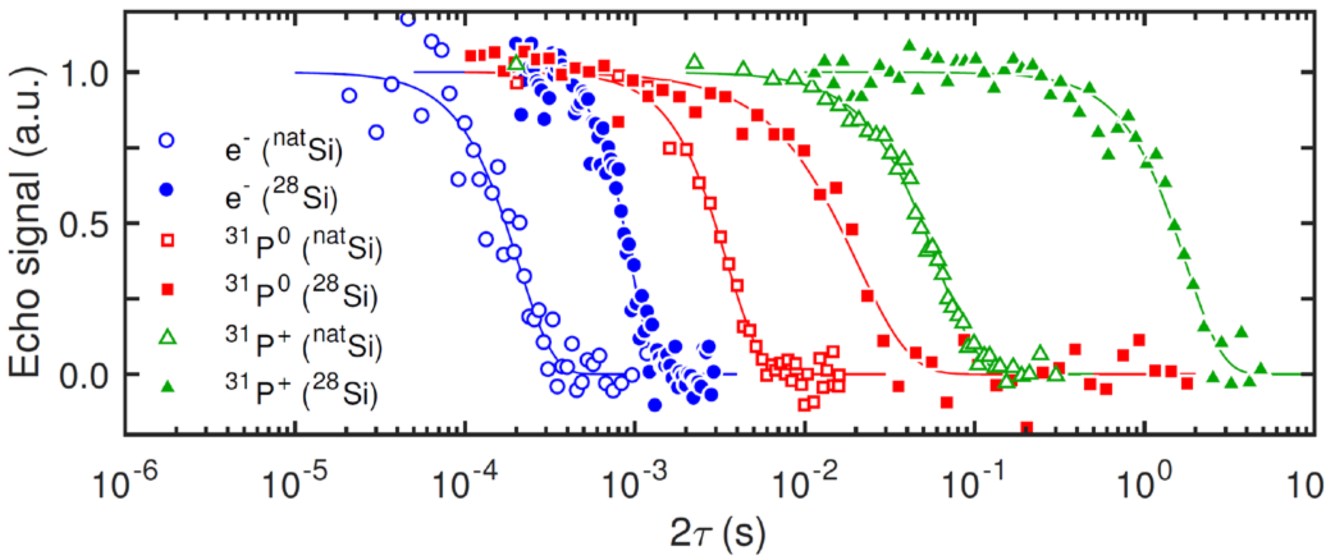
単一核スピンコヒーレント制御

ラビ振動(^{nat}Si)



ラムゼー干渉(^{nat}Si)





Nature **489**, 541 (2012) Pla *et al.*

Nature **496**, 334 (2013) Pla *et al.*

Nature Nano. **9**, 986 (2014) Muhonen *et al.*

An addressable quantum dot qubit with fault-tolerant control-fidelity

M. Veldhorst[1*], J. C. C. Hwang[1], C. H. Yang[1], A. W. Leenstra[2], B. de Ronde[2], J. P. Dehollain[1], J. T. Muhonen[1], F. E. Hudson[1], K. M. Itoh[3], A. Morello[1] and A. S. Dzurak[1*]

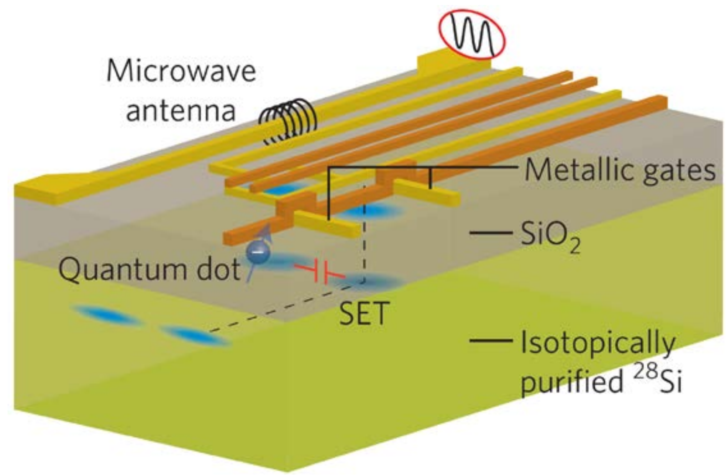
LETTER

doi:10.1038/nature15263

A two-qubit logic gate in silicon

M. Veldhorst[1], C. H. Yang[1], J. C. C. Hwang[1], W. Huang[1], J. P. Dehollain[1], J. T. Muhonen[1], S. Simmons[1], A. Laucht[1], F. E. Hudson[1], K. M. Itoh[2], A. Morello[1] & A. S. Dzurak[1]

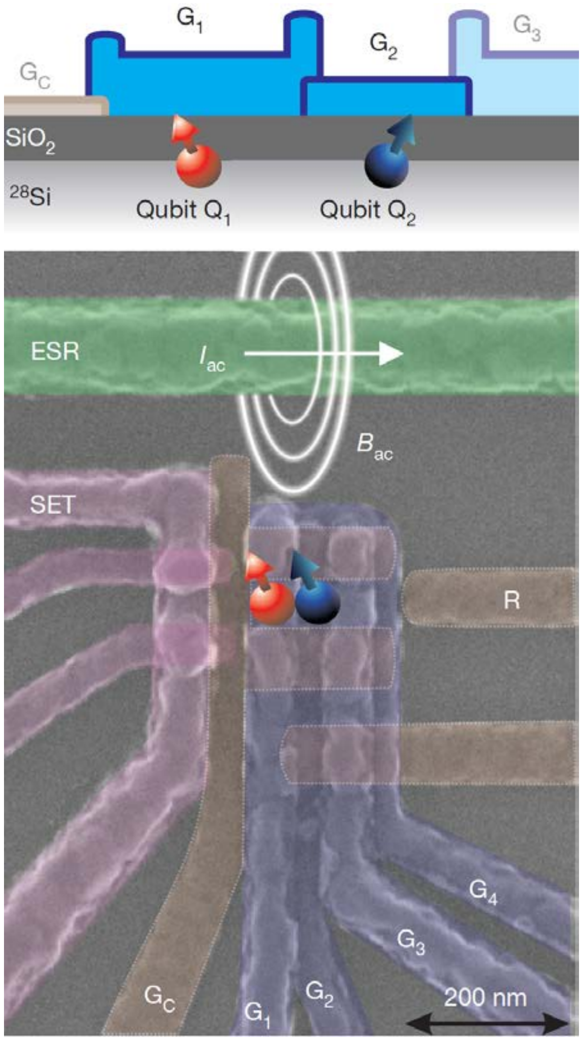
(L to R) J. Muhonen, A. Morello, M. Veldhorst, A. Dzurak



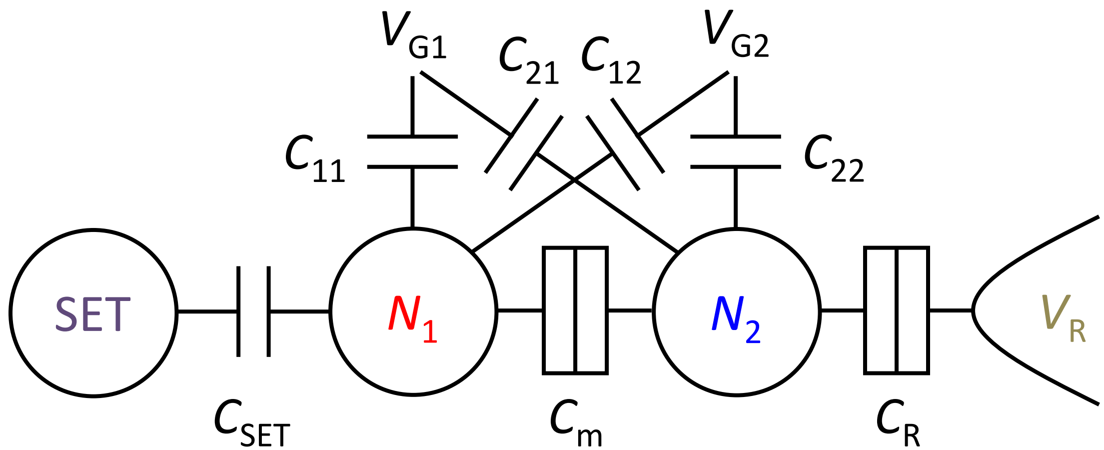
Nature Nano. **9**, 981 (2014) Veldhorst *et al.*

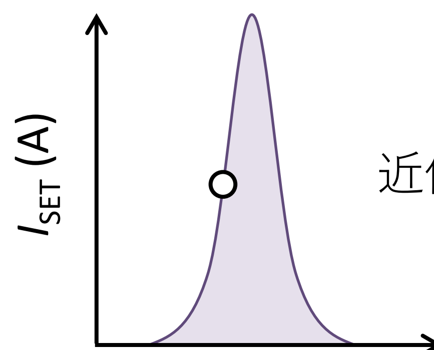
Nature **526**, 410 (2015) Veldhorst *et al.*

MOS型2重量子ドット



クロストーク



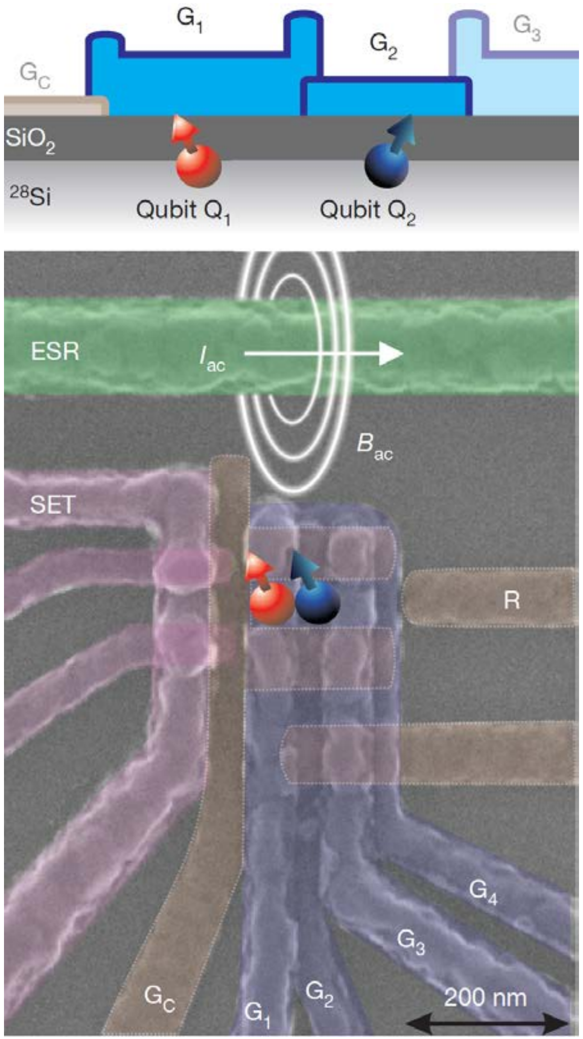


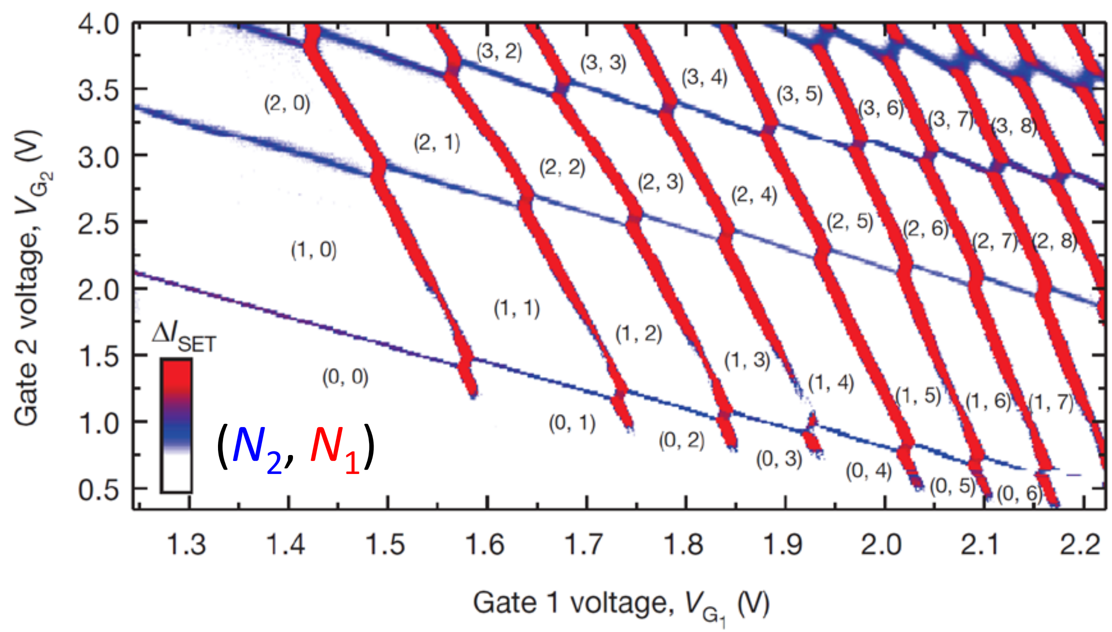
SET電荷センサ

近傍のQDsの電子数変化に
鋭敏に応答

Nature **526**, 410 (2015) Veldhorst *et al.*

MOS型2重量子ドット

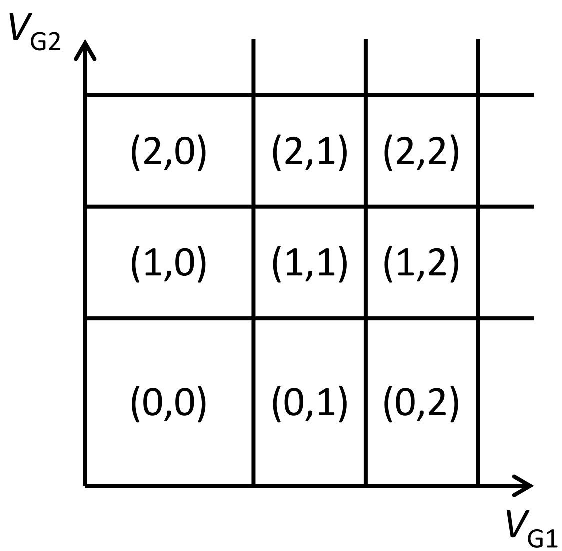




Nature **526**, 410 (2015) Veldhorst *et al.*

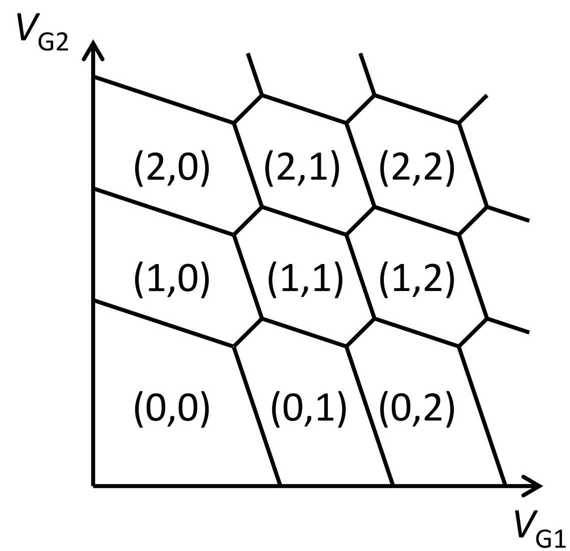
スタビリティダイアグラム

$C_m \to 0$ $\qquad\qquad$ $\dfrac{C_m}{C_{1,2}} \to 1$



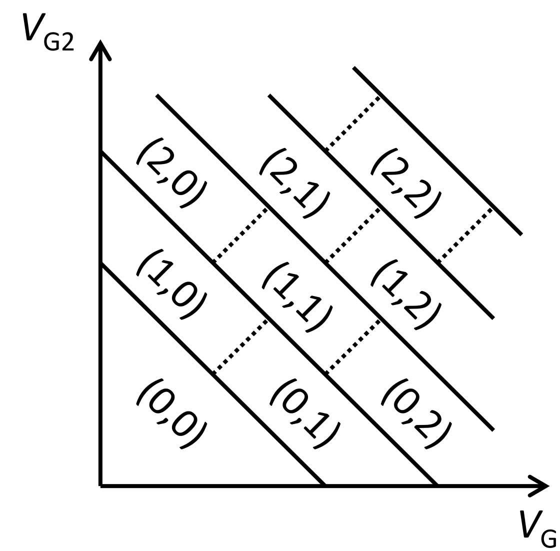
弱結合

独立のドットとして
振る舞う



ハニカム構造

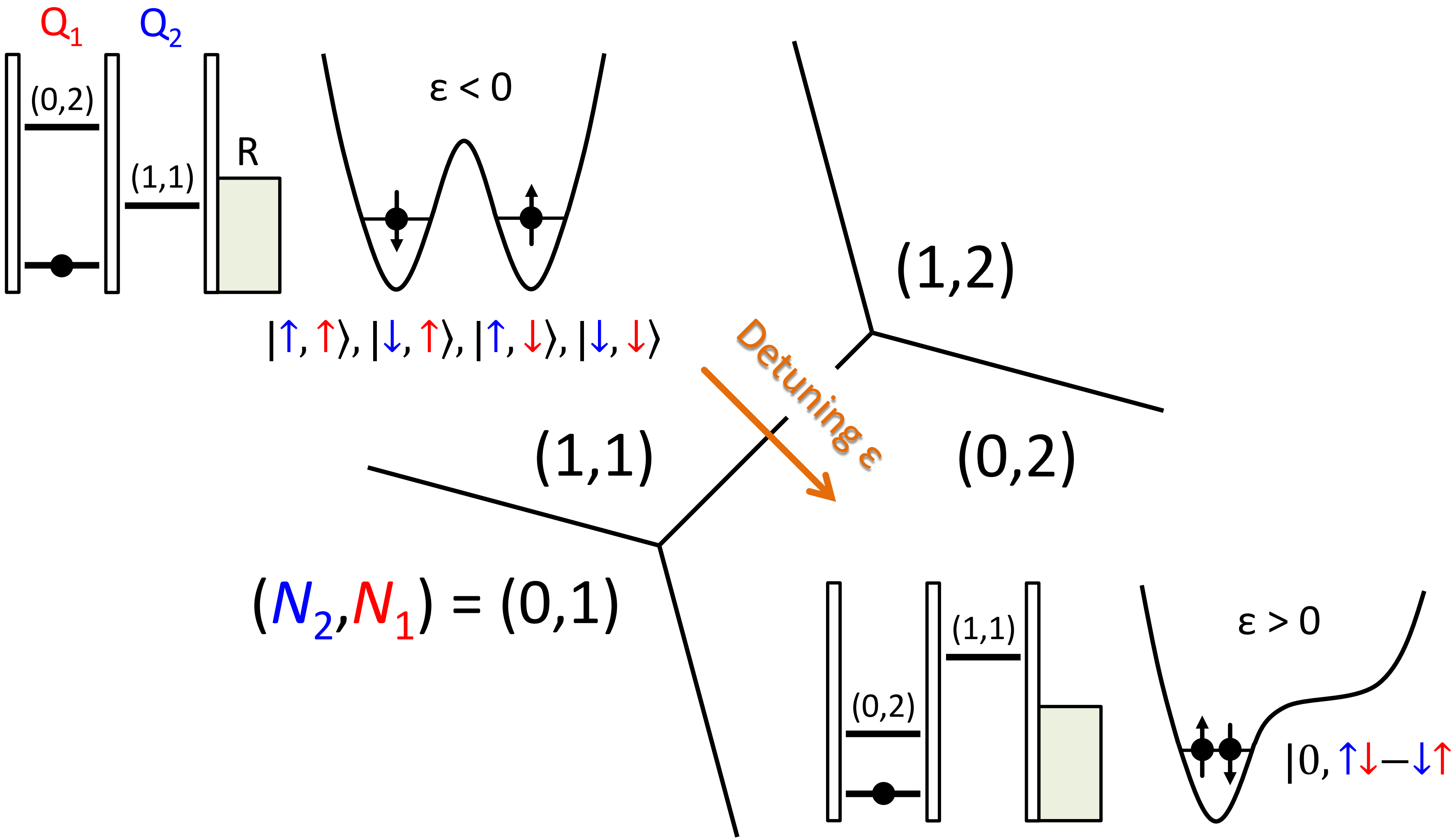
相互に影響しあう



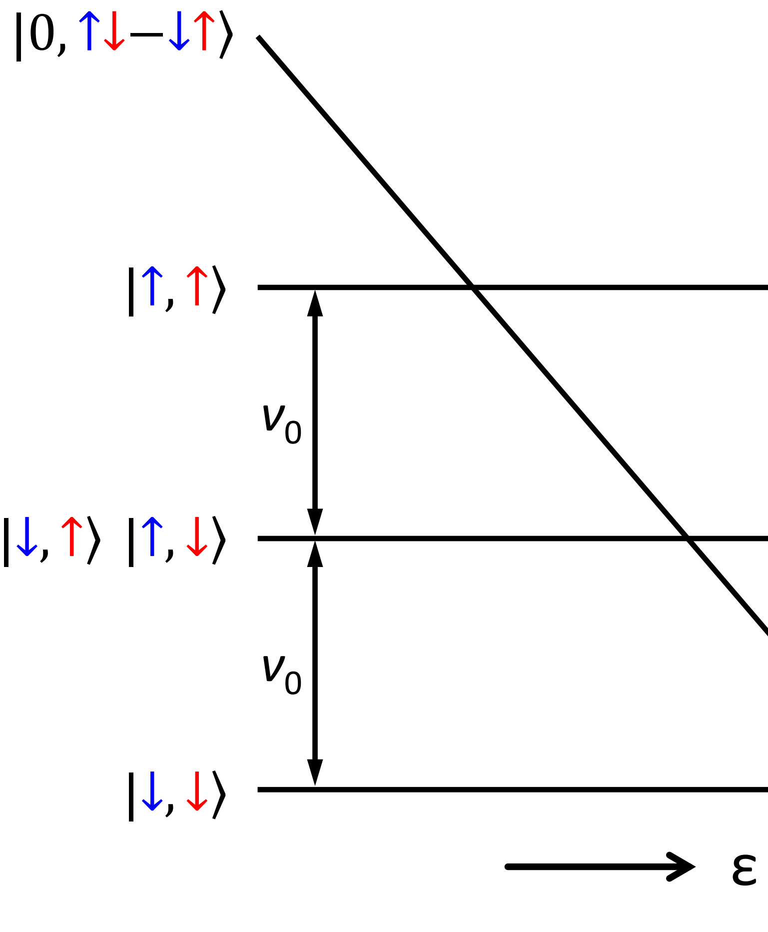
強結合

1つのドットとして
振る舞う

2電子状態



2電子状態

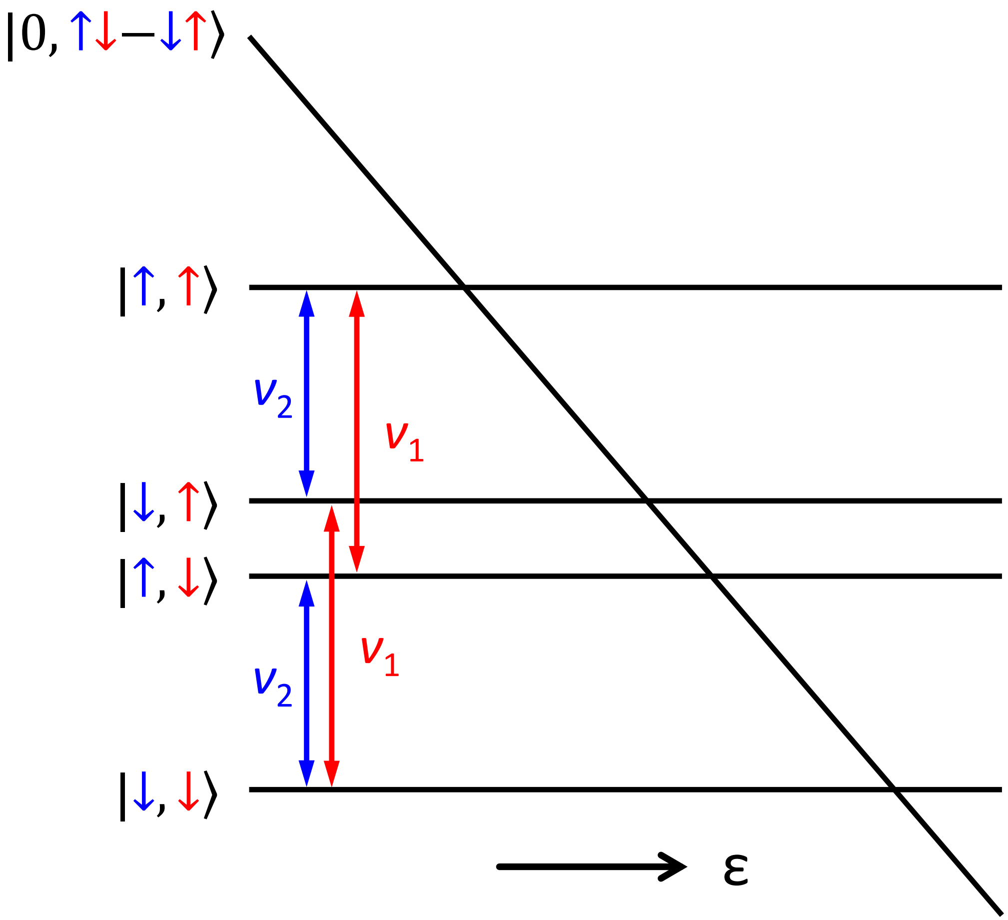


$$H = \begin{bmatrix} U-\varepsilon & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -E_z \end{bmatrix}$$

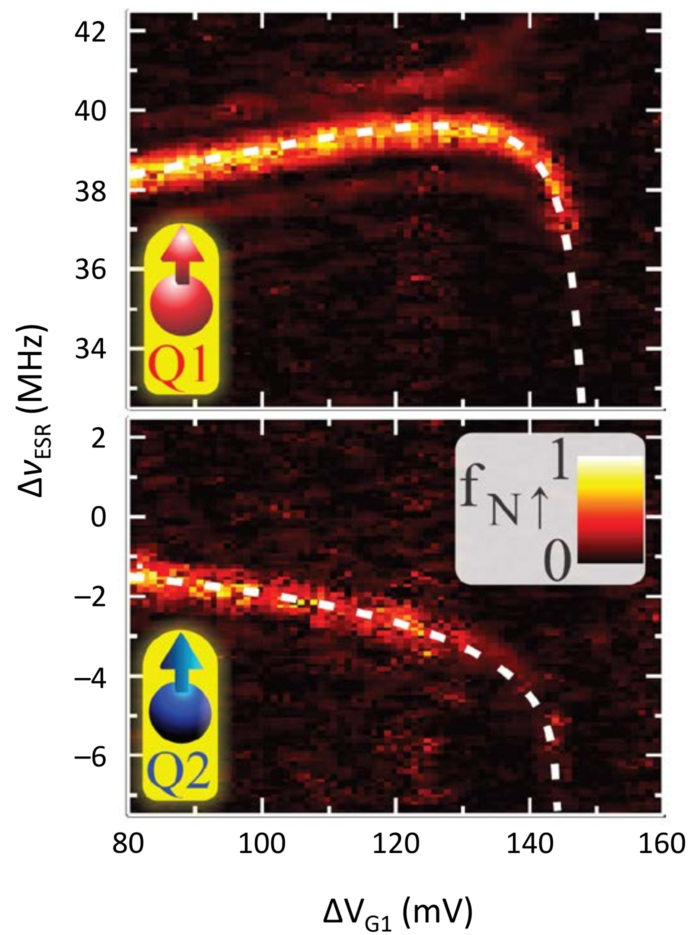
$$E_z = \gamma_e B_0 = h\nu_0$$

ν_0 = 39.14 GHz @B_0 = 1.4 T

2電子状態



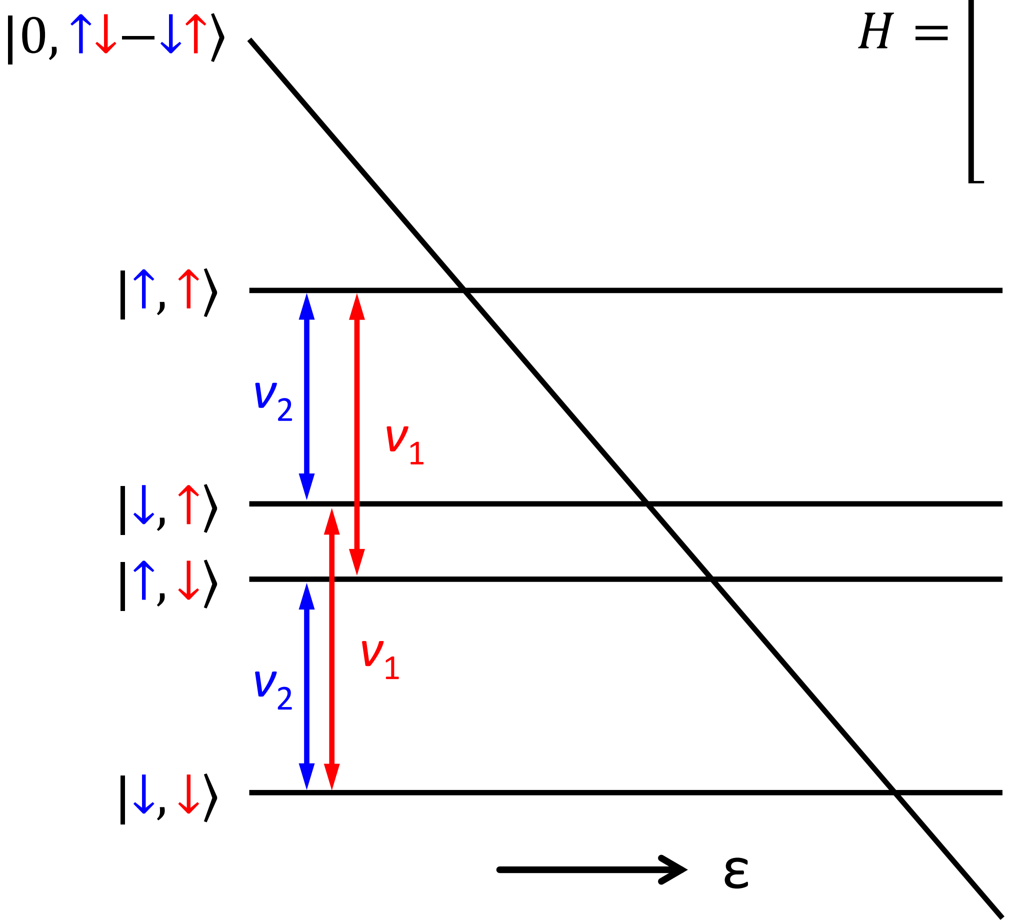
電場によるESR周波数制御: シュタルク効果



Nature **526**, 410 (2015) Veldhorst *et al.*

2電子状態

$$H=\begin{bmatrix} U-\varepsilon & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \overline{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta E_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\delta E_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\overline{E_z} \end{bmatrix}$$

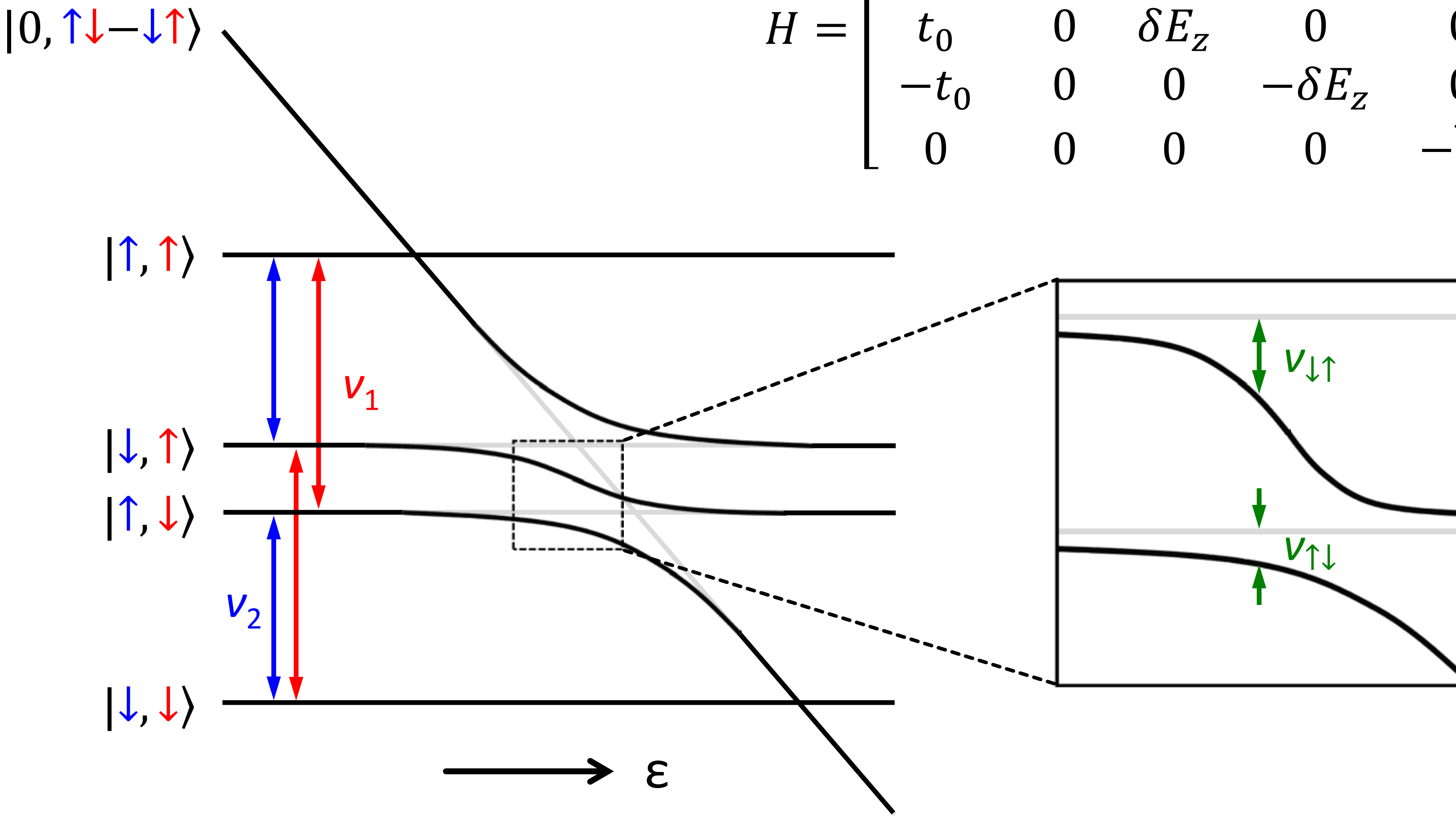


$$\overline{E_z}=\frac{\nu_1+\nu_2}{2}$$

$$\delta E_z=\frac{\nu_1-\nu_2}{2}$$

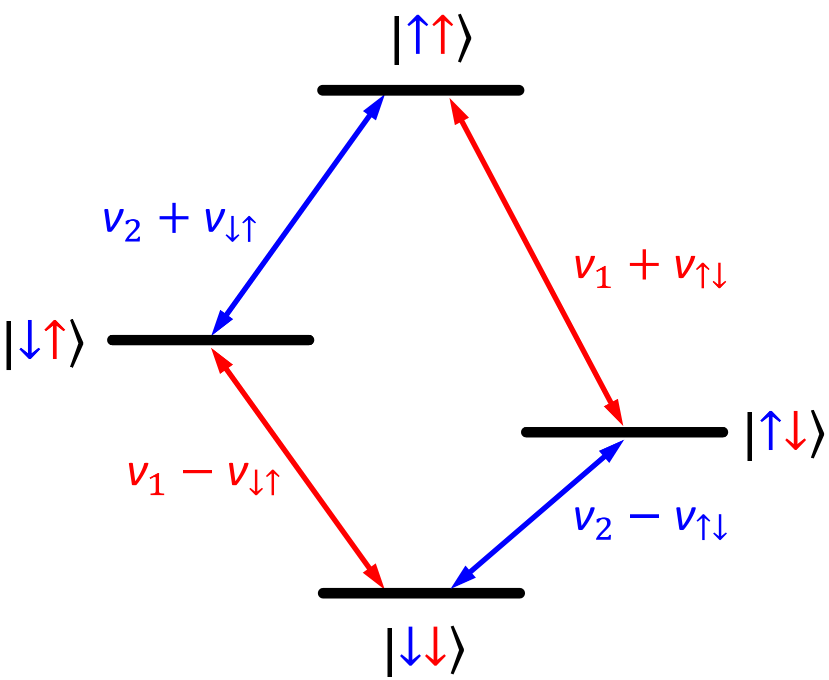
2電子状態

$$H = \begin{bmatrix} U-\varepsilon & 0 & t_0 & -t_0 & 0 \\ 0 & \overline{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ t_0 & 0 & \delta E_z & 0 & 0 \\ -t_0 & 0 & 0 & -\delta E_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\overline{E_z} \end{bmatrix}$$



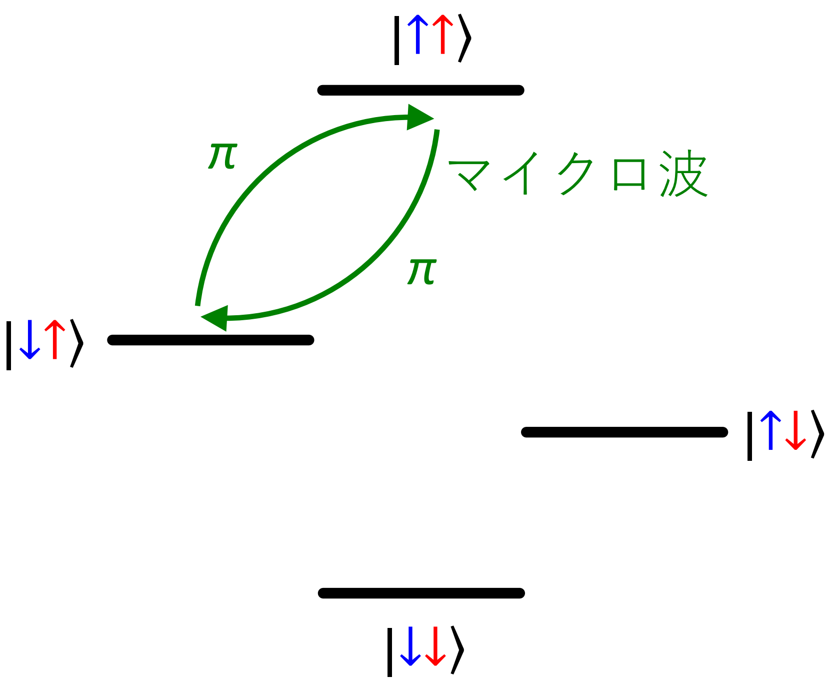
CROT(制御回転)ゲート

- ε → 0では全ての遷移が異なる周波数を持つ



CROT(制御回転)ゲート

- ε → 0では全ての遷移が異なる周波数を持つ
- 選択励起のπパルスにより2量子ビットゲートが実現可能



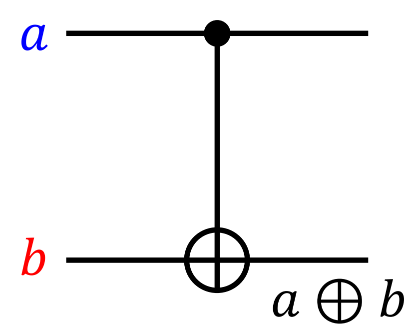
e.g. 制御NOTゲート

$$|\uparrow\uparrow\rangle = |11\rangle \longrightarrow |10\rangle$$

$$|\uparrow\downarrow\rangle = |10\rangle \longrightarrow |11\rangle$$

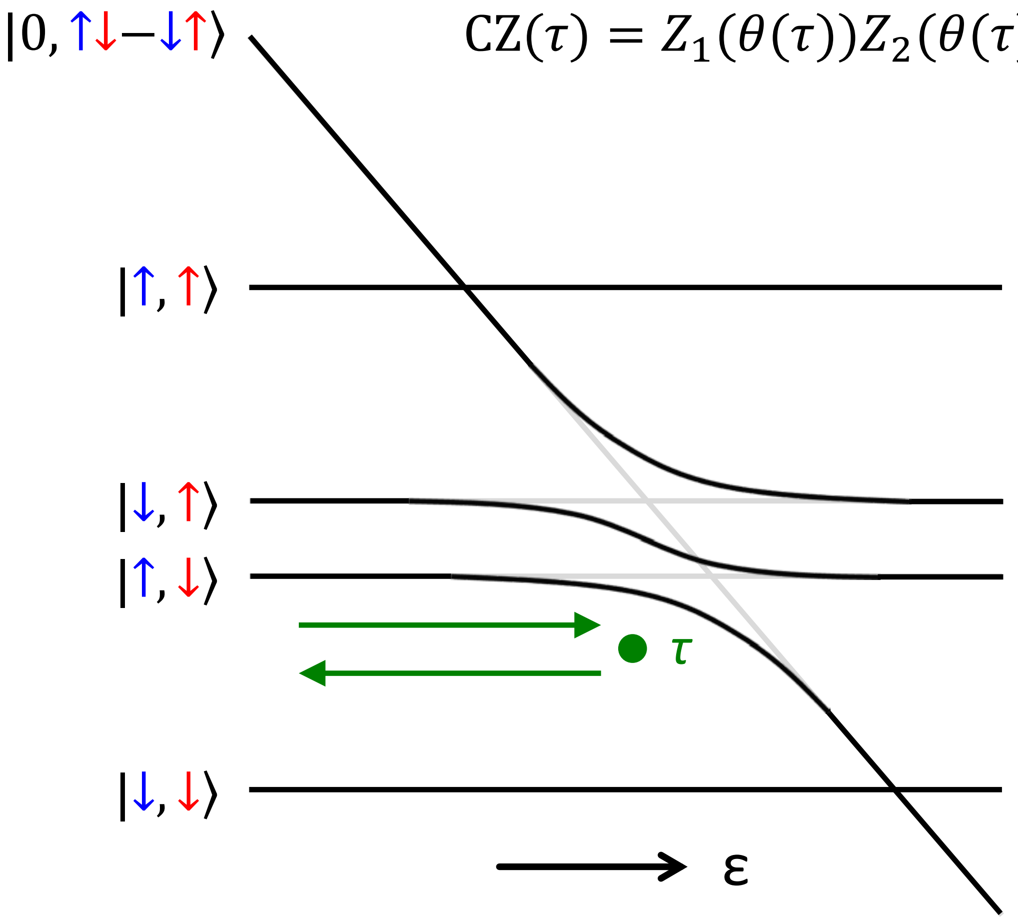
$$|\downarrow\uparrow\rangle = |01\rangle \longrightarrow |10\rangle$$

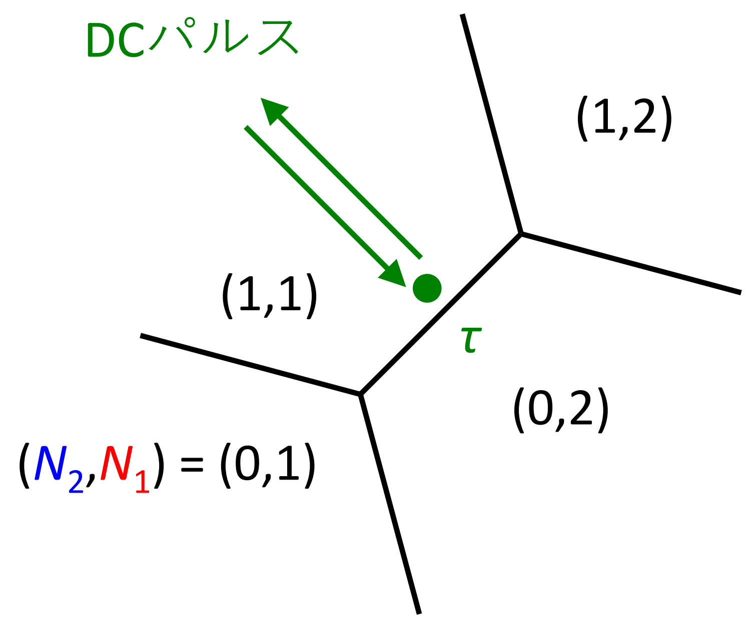
$$|\downarrow\downarrow\rangle = |00\rangle \longrightarrow |00\rangle$$



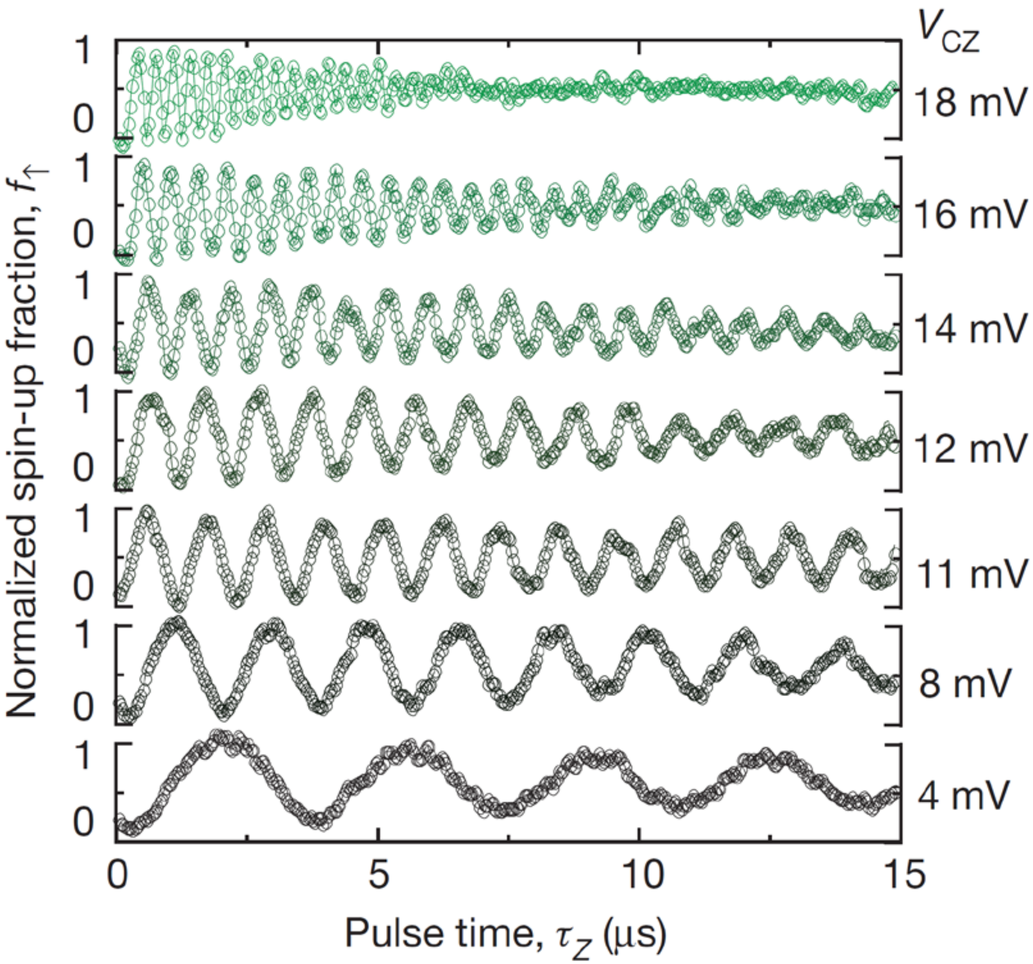
CZゲート

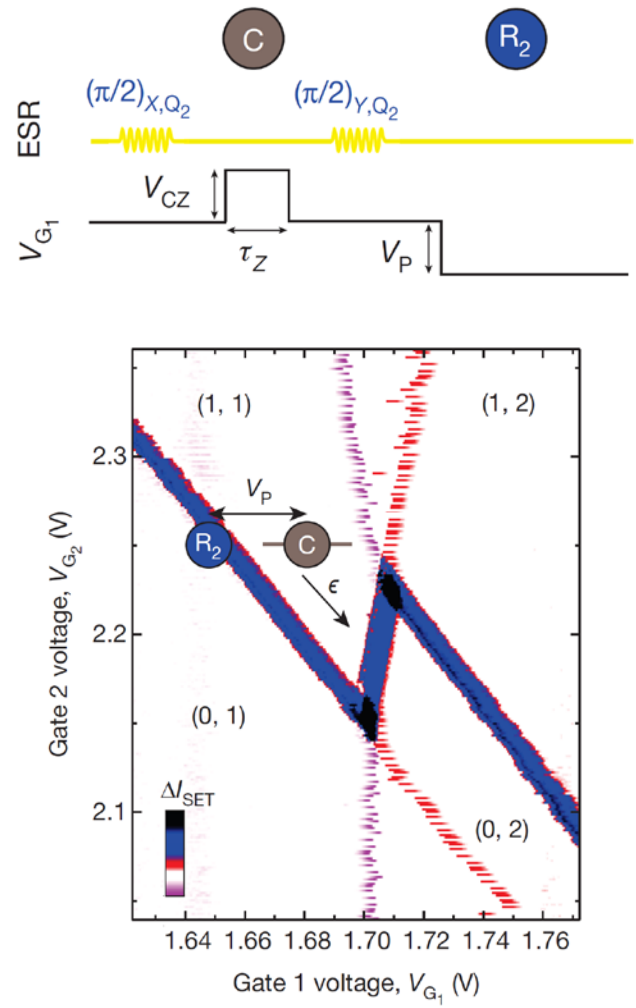
$$\mathrm{CZ}(\tau) = Z_1(\theta(\tau))Z_2(\theta(\tau))\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i2\pi\nu_{\downarrow\uparrow}\tau} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i2\pi\nu_{\uparrow\downarrow}\tau} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$





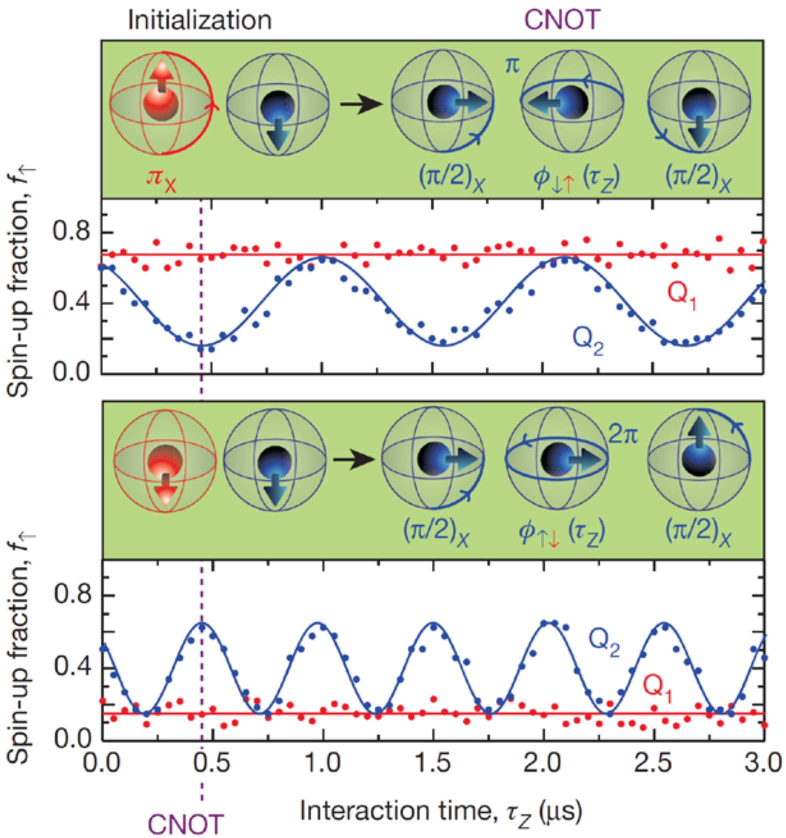
CZゲート



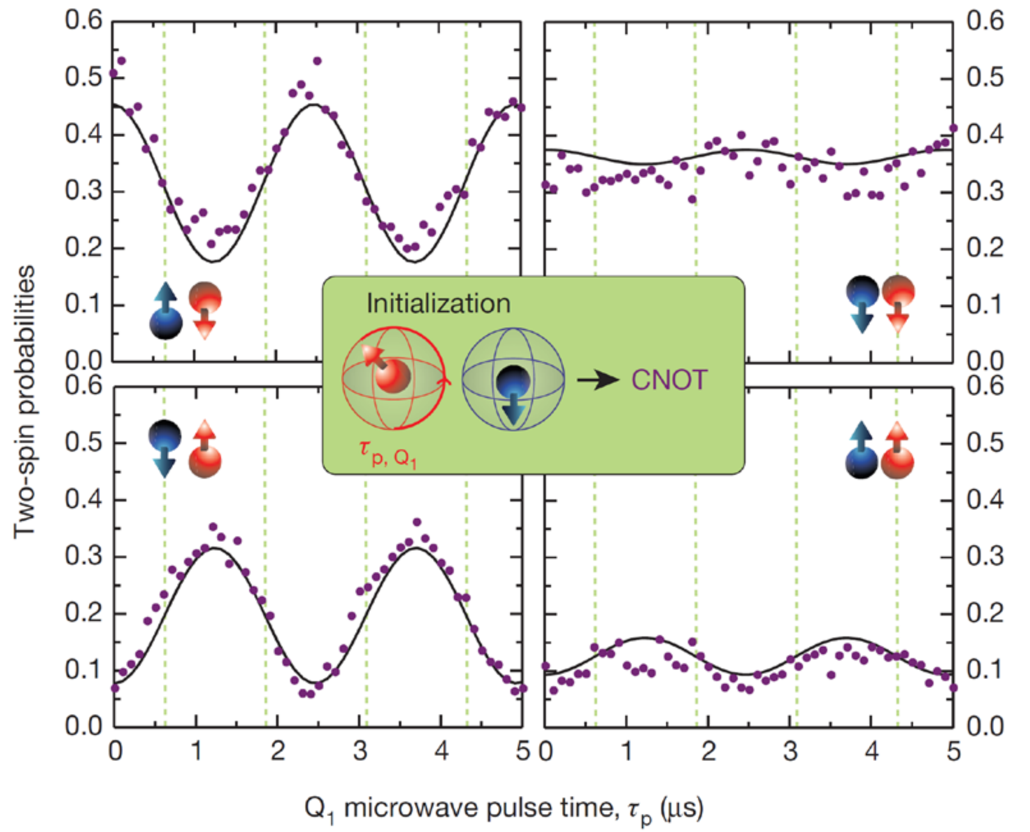


Nature **526**, 410 (2015) Veldhorst *et al.*

制御NOTゲート

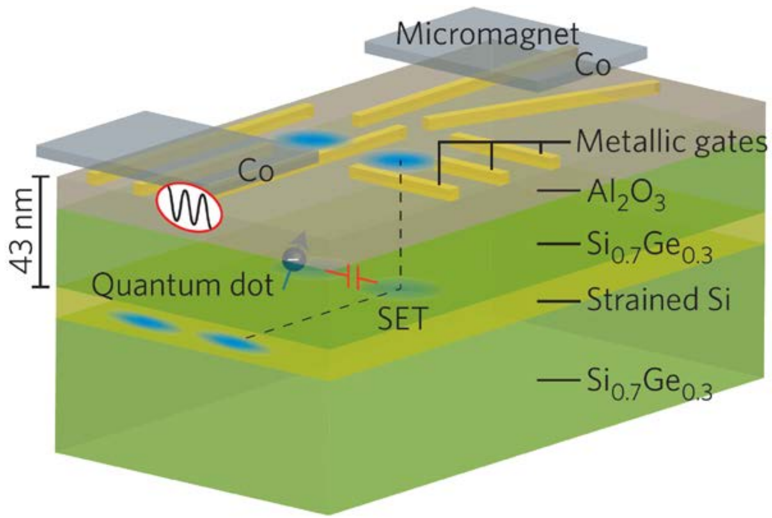


$$(\alpha|\uparrow\rangle + \beta|\downarrow\rangle)|\downarrow\rangle \xrightarrow{\text{CNOT}} \alpha|\uparrow\downarrow\rangle + \beta|\downarrow\uparrow\rangle$$

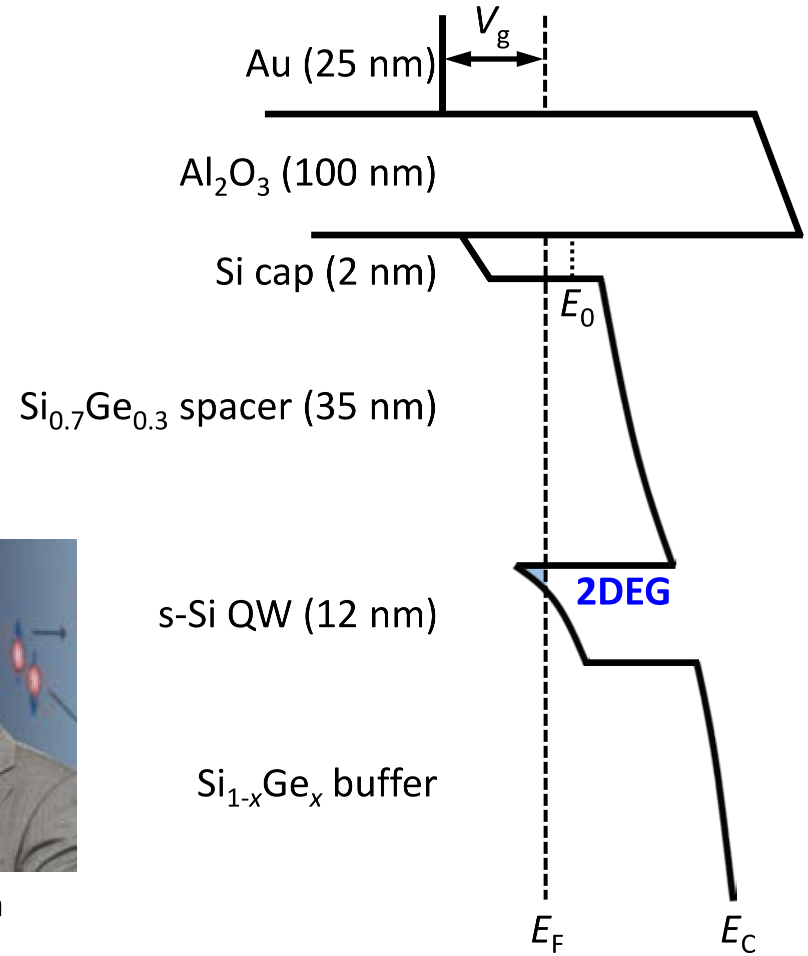


Nature **526**, 410 (2015) Veldhorst *et al.*

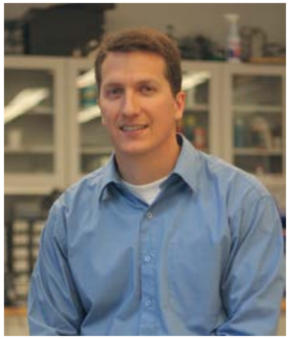
Si/SiGeヘテロ構造



ノンドープ構造による蓄積型QD



L. Vandersypen
(©QuTech, TU Delft)

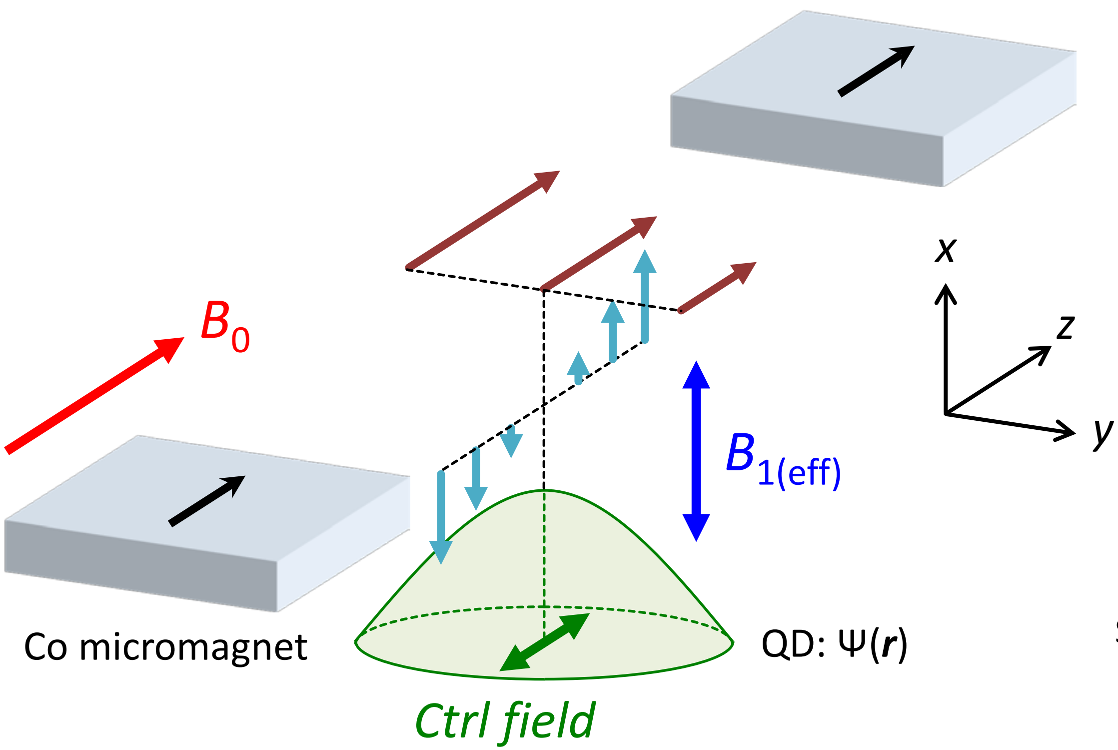


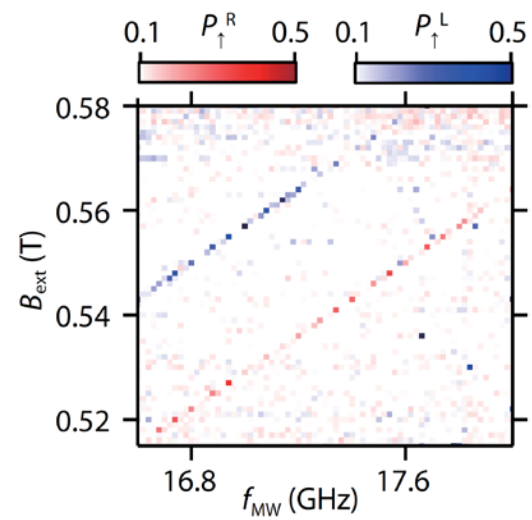
J. Petta
(©Princeton)

S. Tarucha
(©RIKEN)

電気双極子スピン共鳴

- **y方向の磁場勾配**によって共鳴周波数を制御
- **$\pm z$方向に電子波動関数を“揺する”** ことで**x方向に実効的な交流磁場を**生成





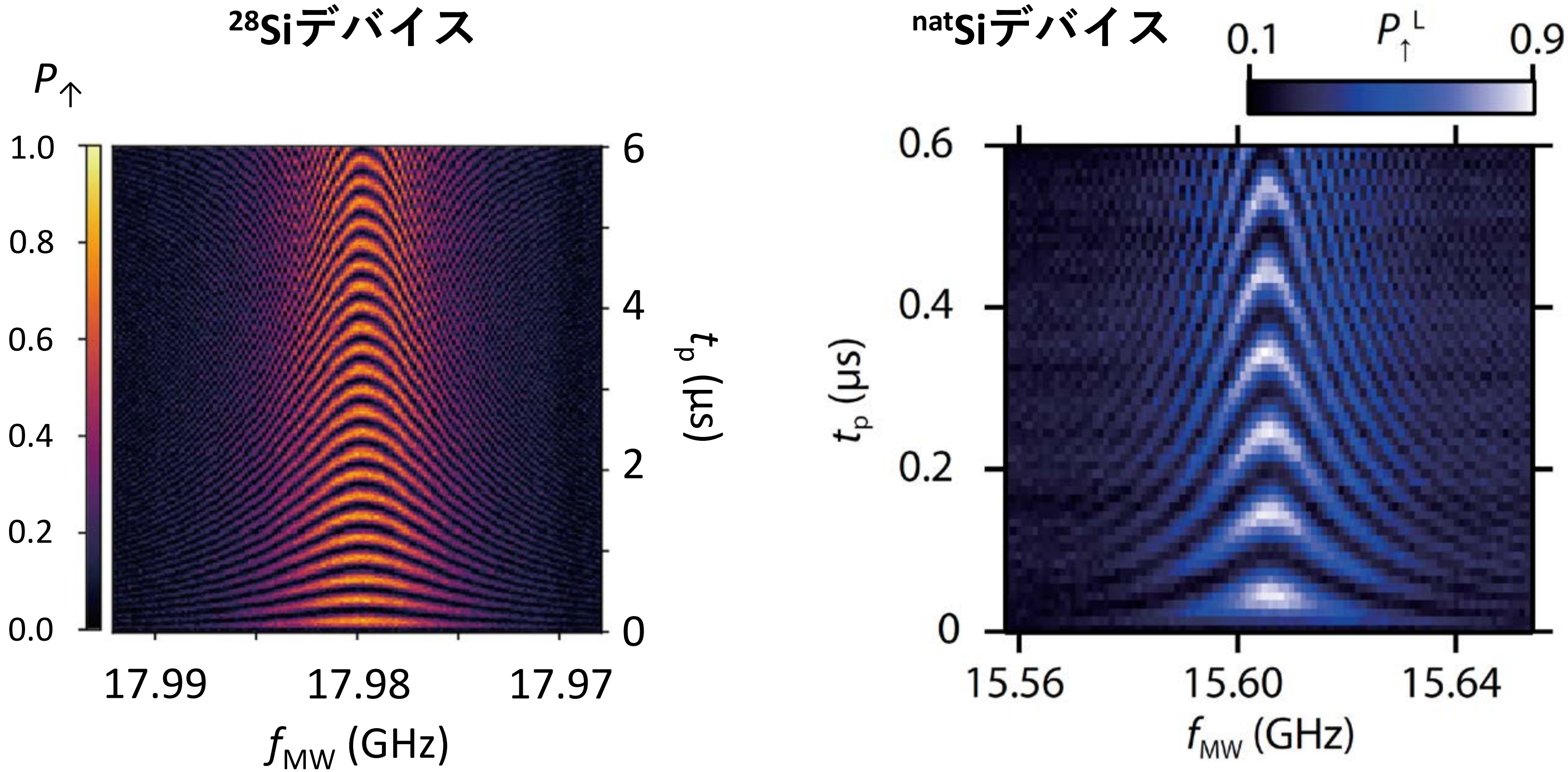
Sci. Adv. **2**, e1600694 (2016) Takeda *et al.*

(Theory) Phys. Rev. Lett. 96, 047202 (2006) Tokura *et al.*

(GaAs QD) Nature Phys. **4**, 776 (2008) Pioro-Ladrière *et al.*

(Magnet design) Appl. Phys. Express **8**, 084401 (2015) Yoneda *et al.*

電気双極子スピン共鳴

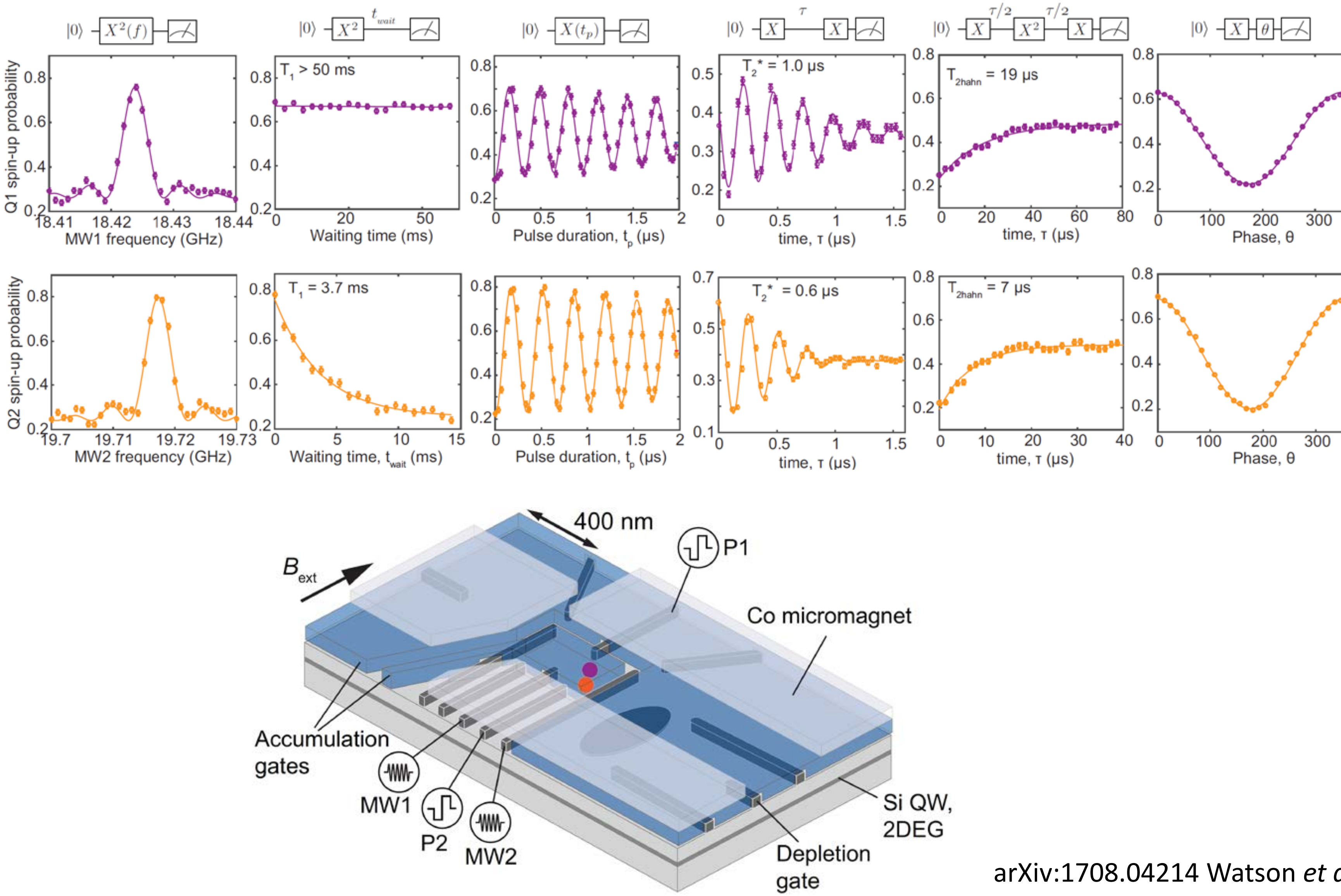


- ラビ周波数 ~30 MHz
- フィデリティ > 99.9%
- T_2^* ~20 μs, T_2 > 1 ms (with decoupling)

Sci. Adv. **2**, e1600694 (2016) Takeda *et al.*

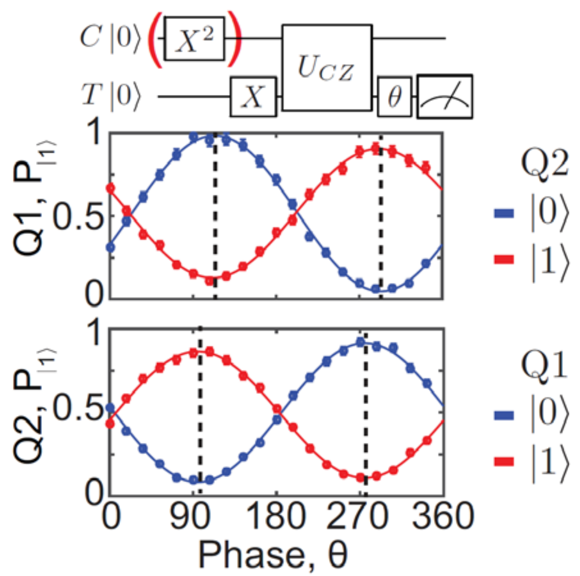
arXiv:1708.01454 Yoneda *et al.*

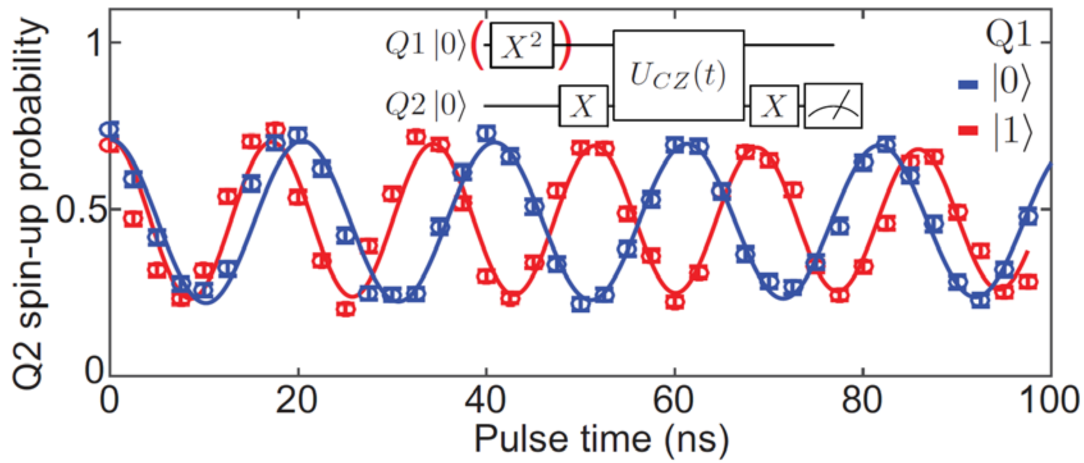
2重量子ドットデバイス

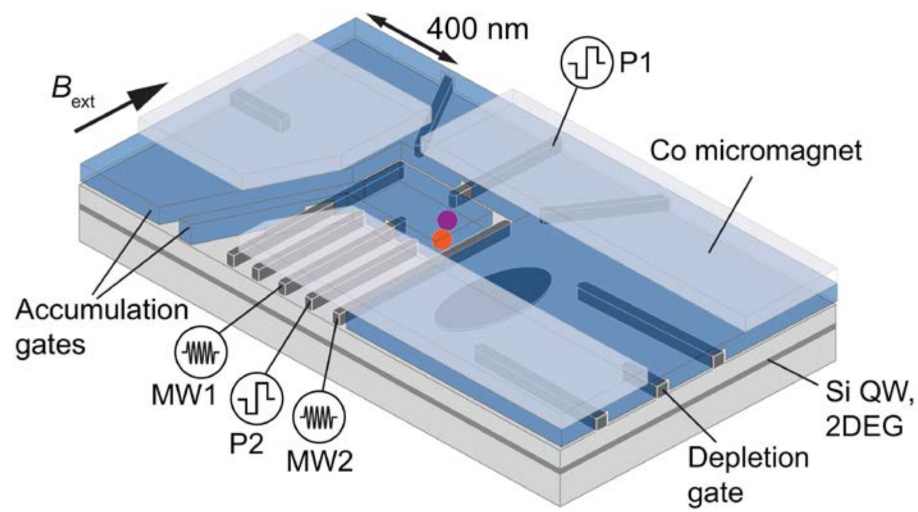


arXiv:1708.04214 Watson *et al.*

2重量子ドットデバイス

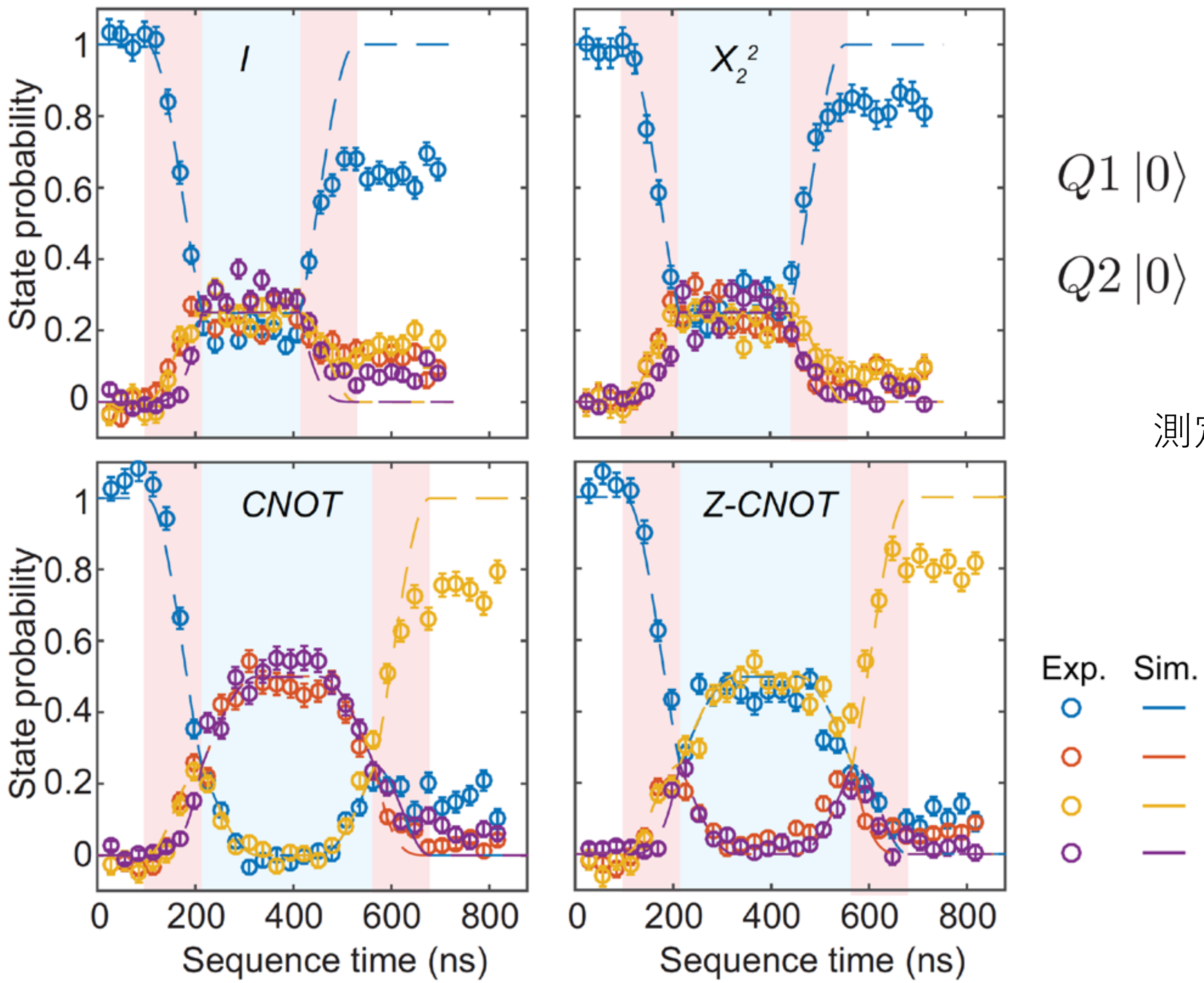


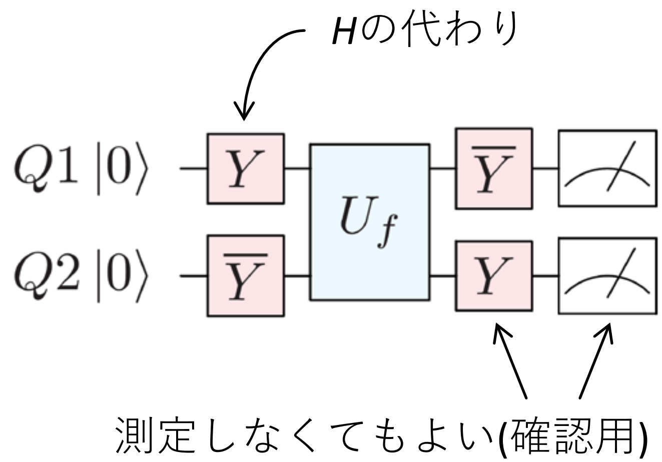




arXiv:1708.04214 Watson *et al.*

ドイチェ・ジョザアルゴリズムの実行

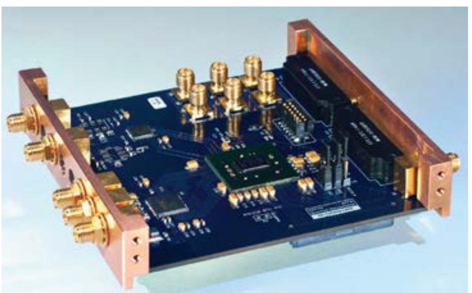


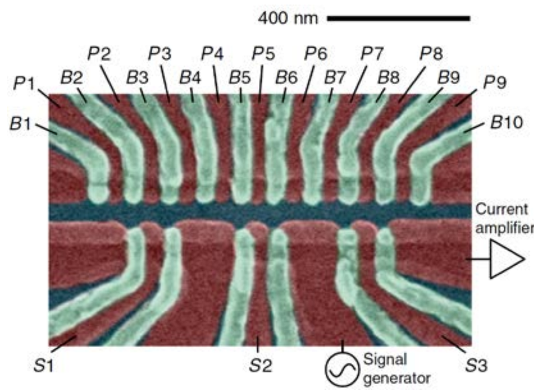


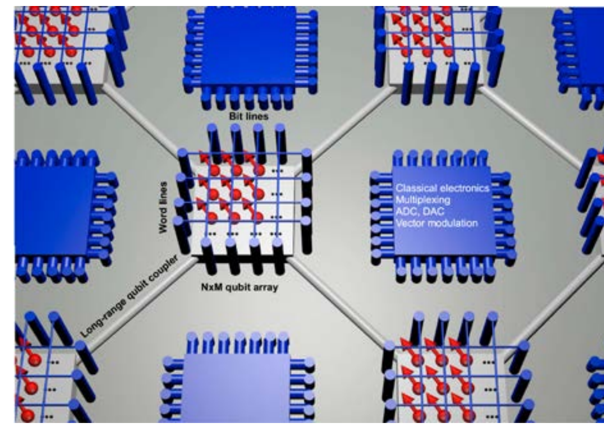
arXiv:1708.04214 Watson *et al.*

展望

- **多量子ビット化(アーキテクチャ、インターフェイス)**
  → npj Quant. Info. **1,** 15011 (2015) Reilly
  → Phys. Rev. Appl. **6,** 054013 (2016) Zajac *et al.*
  → npj Quant. Info. **3,** 34 (2017) Vandersypen *et al.*







- **フェルミオン系の量子シミュレーション**
  → Nature **548,** 70 (2017) Hensgens *et al.*