

# 光制御量子ドットスピンの現状と展望



阿部 英介



理化学研究所 創発物性科学研究センター

ナノ量子情報エレクトロニクス特論

2014年1月9日

# ナノ量子情報オプティクス

(エレクトロニクス)

**ナノ: Which (舞台)**

半導体物性  
低次元系物理  
量子ドット (QD)

**量子情報: Why (目的)**

量子計算  
量子アルゴリズム  
量子通信・暗号

**オプティクス: How (手段)**

磁気共鳴  
量子光学  
共振器QED

# 量子情報処理のための5C

- **Cubit**
  - 量子ビット (Qubit)
- **Control**
  - 初期化, 1量子ビットゲート, 読み出し
- **Coherence**
  - 重ね合わせ状態の保持
- **Coupling**
  - 2量子ビットゲート
- **Communication**
  - 物質量子ビットと飛行量子ビットの接続

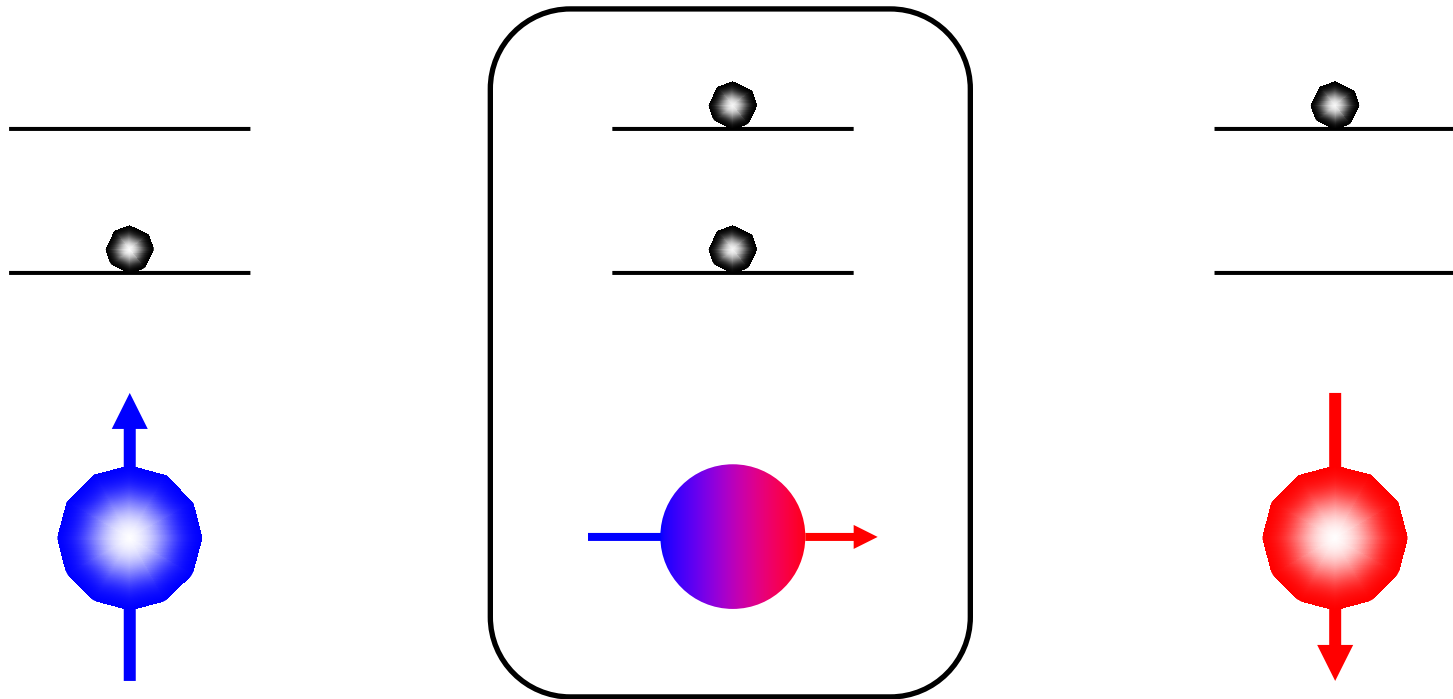
# 講義内容

- 光学活性QDの物性
  - Qubit
- 量子力学
  - ブロッホ球, 量子もつれ etc
- 光制御QDスピンの現状
  - Control
  - Coherence
  - Communication
- 展望
  - Coupling

# 講義内容

- 光学活性QDの物性
  - Qubit
- 量子力学
  - ブロッホ球, 量子もつれ etc
- 光制御QDスピンの現状
  - Control
  - Coherence
  - Communication
- 展望
  - Coupling

# 量子ビット = (擬)スピン1/2



$$|g\rangle \equiv |0\rangle$$

重ね合わせ

$$|e\rangle \equiv |1\rangle$$

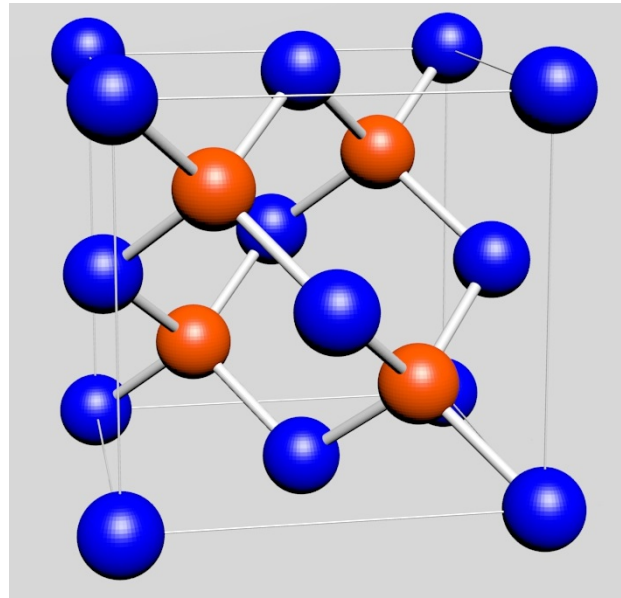
$$|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

# III-V族化合物半導体

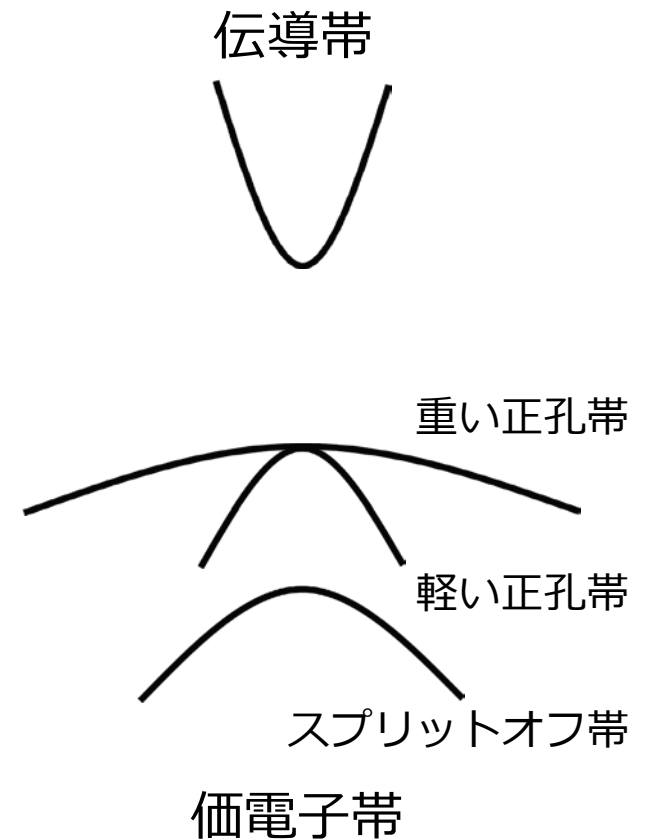
## 周期表

III (13)	IV (14)	V (15)
B	C	N
Al	Si	P
Ga	Ge	As
In	Sn	Sb

## 閃亜鉛鉱構造



## バンド構造



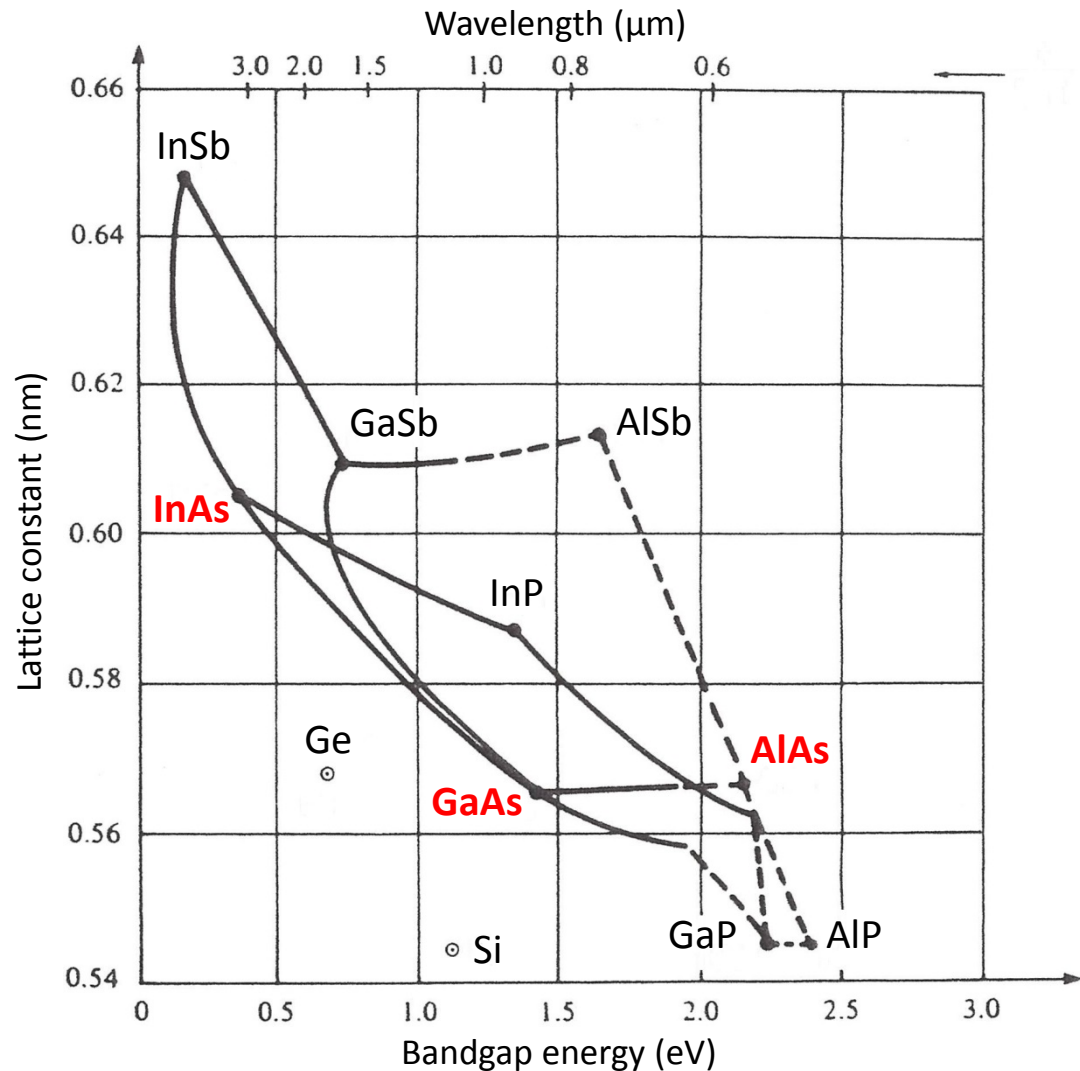
しばしば直接遷移型 = 光学活性

# III-V族化合物半導体

## 周期表

III (13)	IV (14)	V (15)
B	C	N
Al	Si	P
Ga	Ge	As
In	Sn	Sb

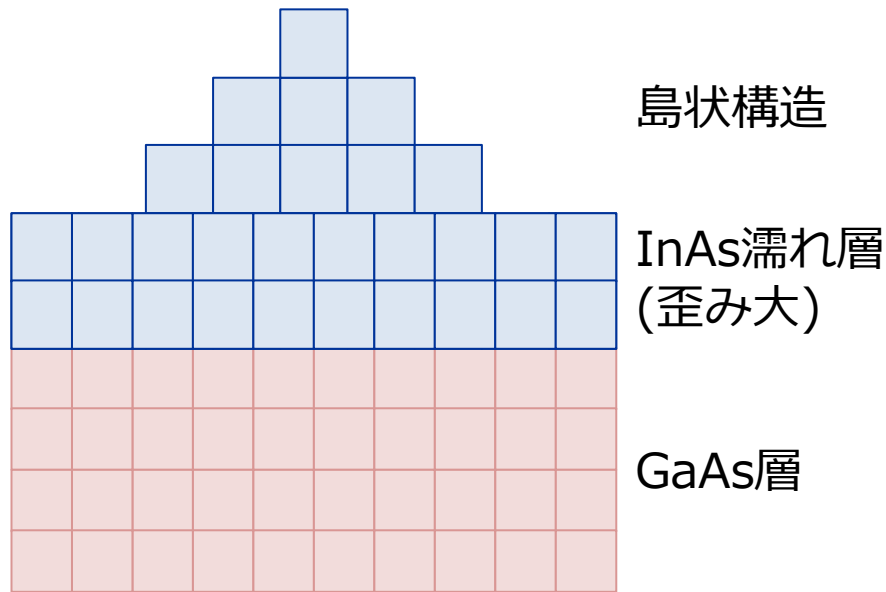
## バンドギャップと格子定数



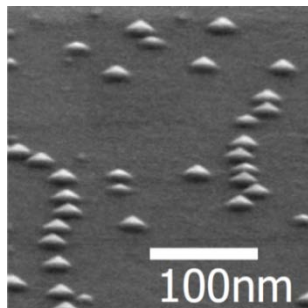
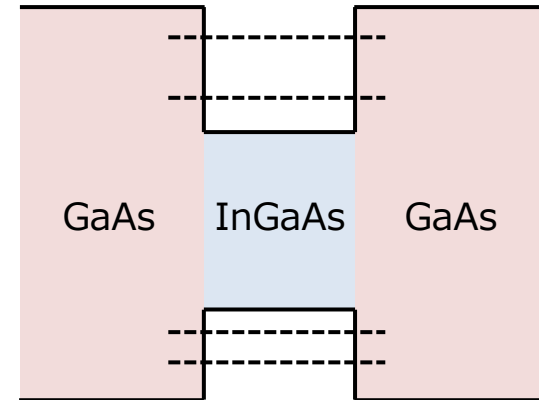


# 自己形成QD

## Stranski-Krastanov成長モードによるQD形成

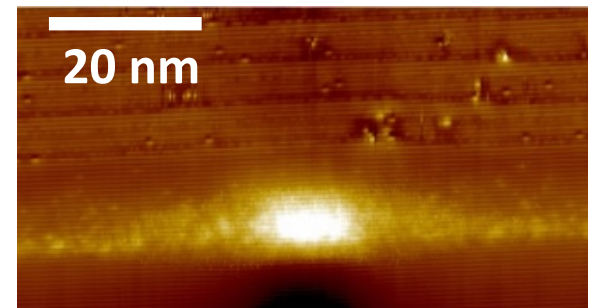


3次元閉じ込め準位の形成



キャップ層なしInAs QD

キャップ層ありInGaAs QD  
(アニール処理によるGaの混合)



# QD波動関数

有効質量近似

$$\psi_{QD} = \chi(\mathbf{r})\Psi(\mathbf{r})$$

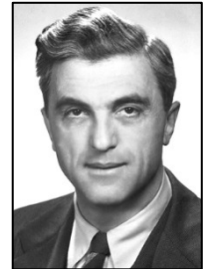
包絡関数

ブロッホ関数

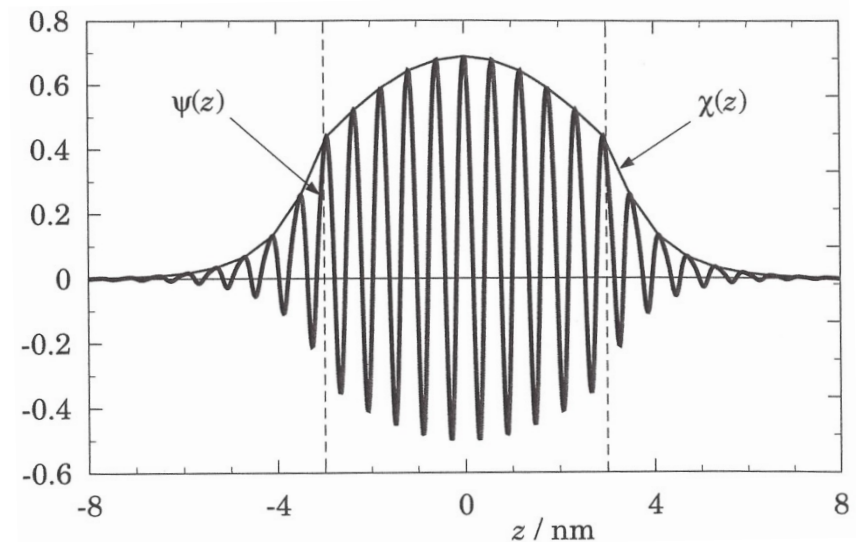
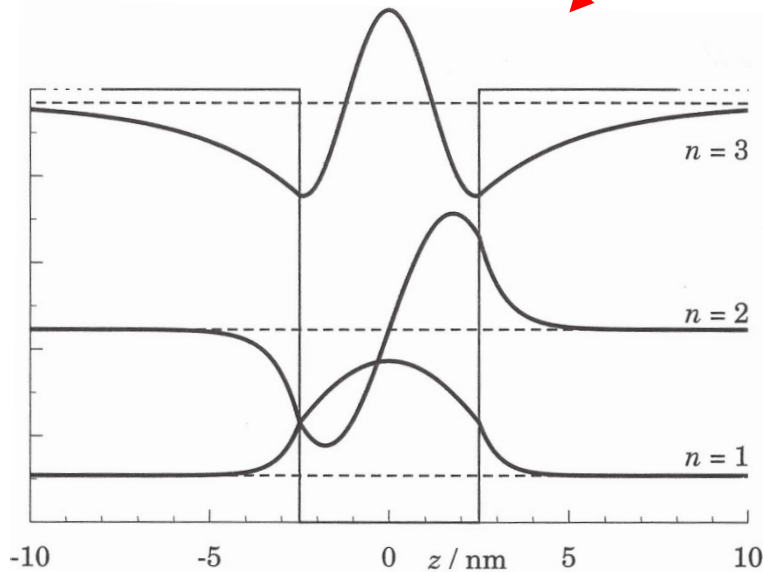
“箱の中の粒子”

バルクの性質を反映

© Nobel Foundation

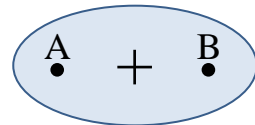
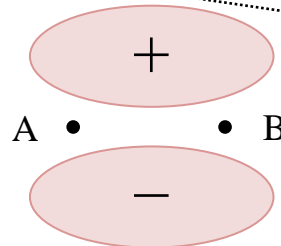
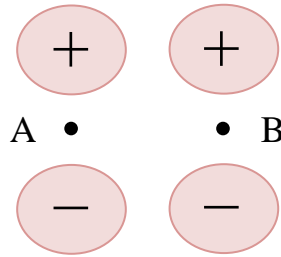
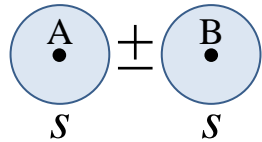
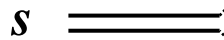
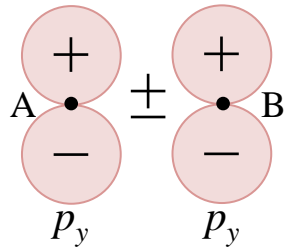


Bloch  
(1952)



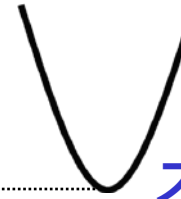
# バルク半導体のバンド構造

## 分子軌道



## 強束縛, $k \cdot p$ 摂動

伝導帯



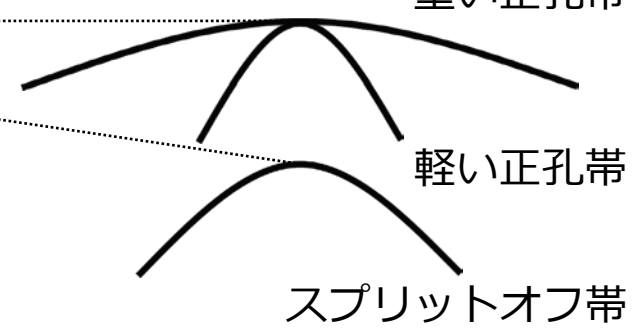
スピン  $s = 1/2$

重い正孔帯

軽い正孔帯

スプリットオフ帯

価電子帯



# 価電子帯頂上の記述

**p-軌道成分**  $l = 1$

$$|l, l_z\rangle = \begin{cases} |1, 1\rangle & = -(|X\rangle + i|Y\rangle)/\sqrt{2} \\ |1, 0\rangle & = |Z\rangle \\ |1, -1\rangle & = (|X\rangle - i|Y\rangle)/\sqrt{2} \end{cases}$$

**スピン成分**  $s = 1/2$

$$|\alpha\rangle, |\beta\rangle$$

**スピン軌道相互作用**

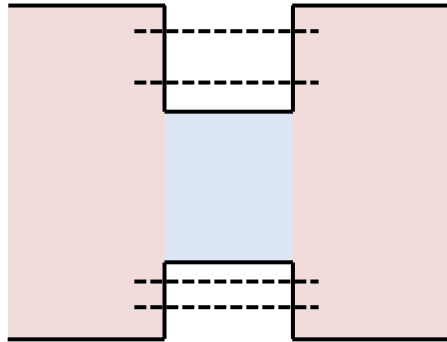
$$H_{SO} = \lambda \mathbf{l} \cdot \mathbf{s}$$

**角運動量の合成**

$$\text{全角運動量 } j = \begin{cases} l + s = 3/2 \\ l - s = 1/2 \end{cases}$$

$$|j, j_z\rangle = \begin{cases} \begin{cases} |3/2, 3/2\rangle & = |1, 1\rangle|\alpha\rangle & \text{閉じ込めによりHHと} \\ |3/2, -3/2\rangle & = |1, -1\rangle|\beta\rangle & \text{LHの縮退も解ける} \end{cases} & \text{重い正孔 (HH)} \\ \\ \begin{cases} |3/2, 1/2\rangle & = |1, 1\rangle|\beta\rangle/\sqrt{3} + \sqrt{2}|1, 0\rangle|\alpha\rangle/\sqrt{3} \\ |3/2, -1/2\rangle & = |1, -1\rangle|\alpha\rangle/\sqrt{3} + \sqrt{2}|1, 0\rangle|\beta\rangle/\sqrt{3} \end{cases} & \text{軽い正孔 (LH)} \\ \\ \begin{cases} |1/2, 1/2\rangle & = |1, 0\rangle|\alpha\rangle/\sqrt{3} - \sqrt{2}|1, 1\rangle|\beta\rangle/\sqrt{3} \\ |1/2, -1/2\rangle & = |1, 0\rangle|\beta\rangle/\sqrt{3} - \sqrt{2}|1, -1\rangle|\alpha\rangle/\sqrt{3} \end{cases} & \text{スプリットオフ} \end{cases}$$

# 中性励起子

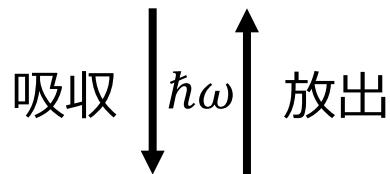


$|0\rangle$  “真空” (詰まった価電子帯と空の伝導帯)

**明励起子 (光子のヘリシティ  $\sigma^\pm = \pm 1$  と結合)**

$$|+1\rangle = |s_z = -1/2\rangle_e |j_z = 3/2\rangle_h$$

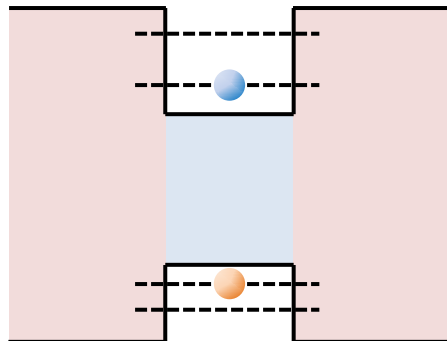
$$|-1\rangle = |s_z = 1/2\rangle_e |j_z = -3/2\rangle_h$$



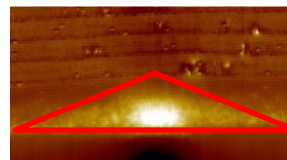
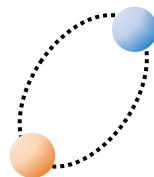
**暗励起子**

$$|+2\rangle = |s_z = 1/2\rangle_e |j_z = 3/2\rangle_h$$

$$|-2\rangle = |s_z = -1/2\rangle_e |j_z = -3/2\rangle_h$$



$|\pm 1\rangle, |\pm 2\rangle$

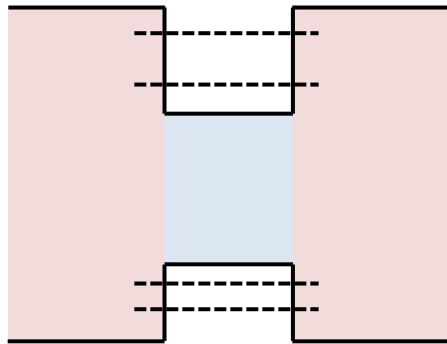


成長方向を量子化軸に取る

# 中性励起子

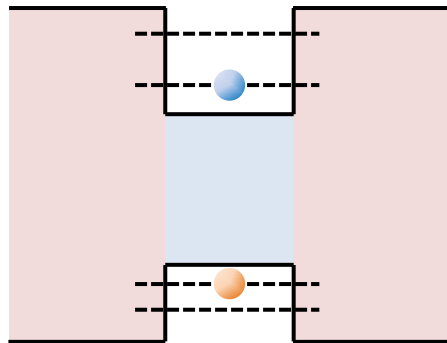
電子-正孔交換相互作用  $\{|+1\rangle, |-1\rangle, |+2\rangle, |-2\rangle\}$

$$H_{\text{Ex}}^N = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \delta_0 & \delta_1 & 0 & 0 \\ \delta_1 & \delta_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\delta_0 & \delta_2 \\ 0 & 0 & \delta_2 & -\delta_0 \end{pmatrix}$$

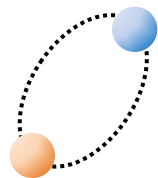


$|0\rangle$

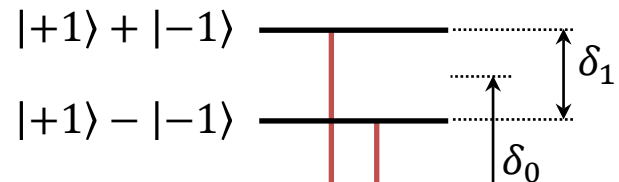
吸收  $\downarrow \hbar\omega$  放出  $\uparrow$



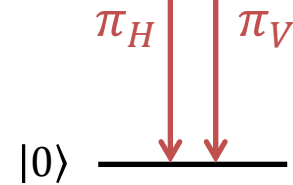
$|\pm 1\rangle, |\pm 2\rangle$



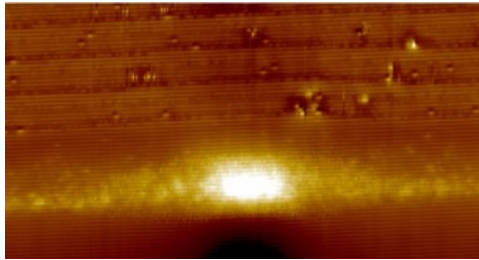
明



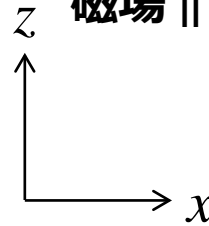
暗



# 中性励起子: ゼーマン効果



ファラデー配置:  
磁場  $\parallel$  光の進行方向 ( $\parallel$  成長方向)



フォイト配置:  
磁場  $\perp$  光の進行方向

## ファラデー配置

$$H_Z^{N,F} = \frac{\mu_B B_z}{2} \begin{pmatrix} -g_{ez} + g_{hz} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g_{ez} - g_{hz} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_{ez} + g_{hz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -g_{ez} - g_{hz} \end{pmatrix}$$

## フォイト配置

$$H_Z^{N,V} = \frac{\mu_B B_z}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & g_{ex} & g_{hx} \\ 0 & 0 & g_{hx} & g_{ex} \\ g_{ex} & g_{hx} & 0 & 0 \\ g_{hx} & g_{ex} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

明・暗励起子が混合

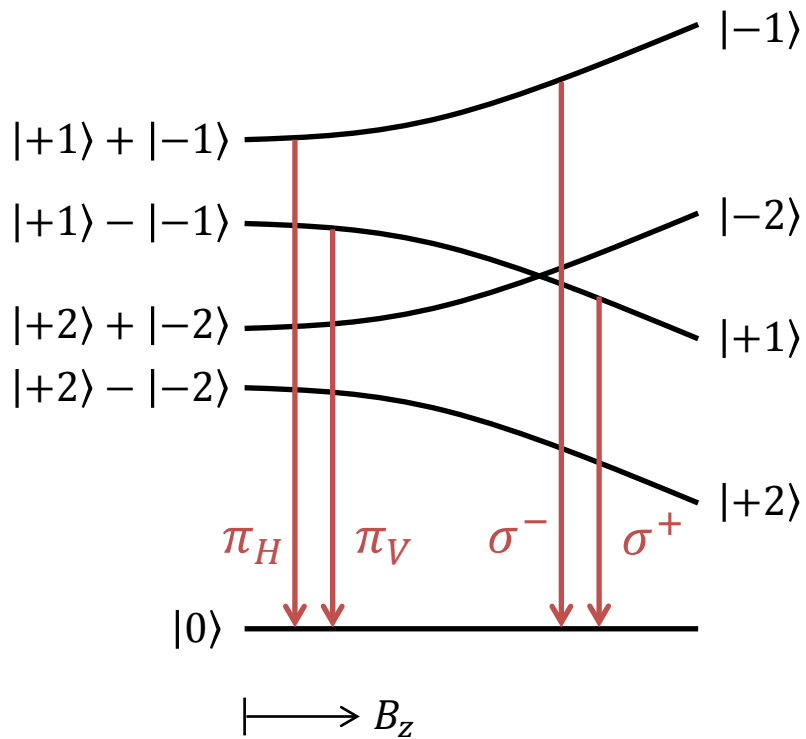
© Nobel Foundation



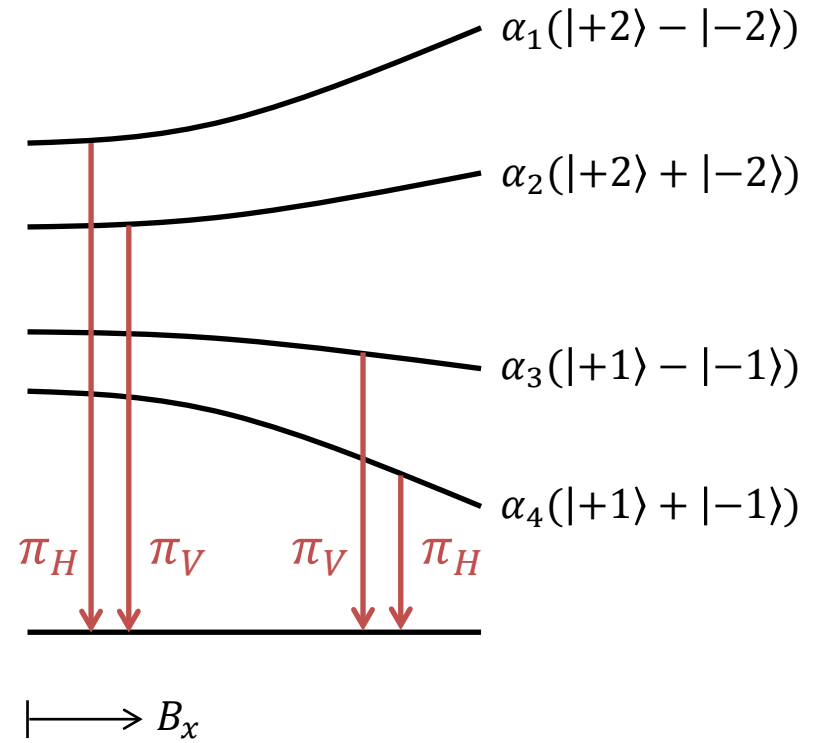
Zeeman  
(1902)

# 中性励起子：ゼーマン効果

## ファラデー配置



## フォイト配置

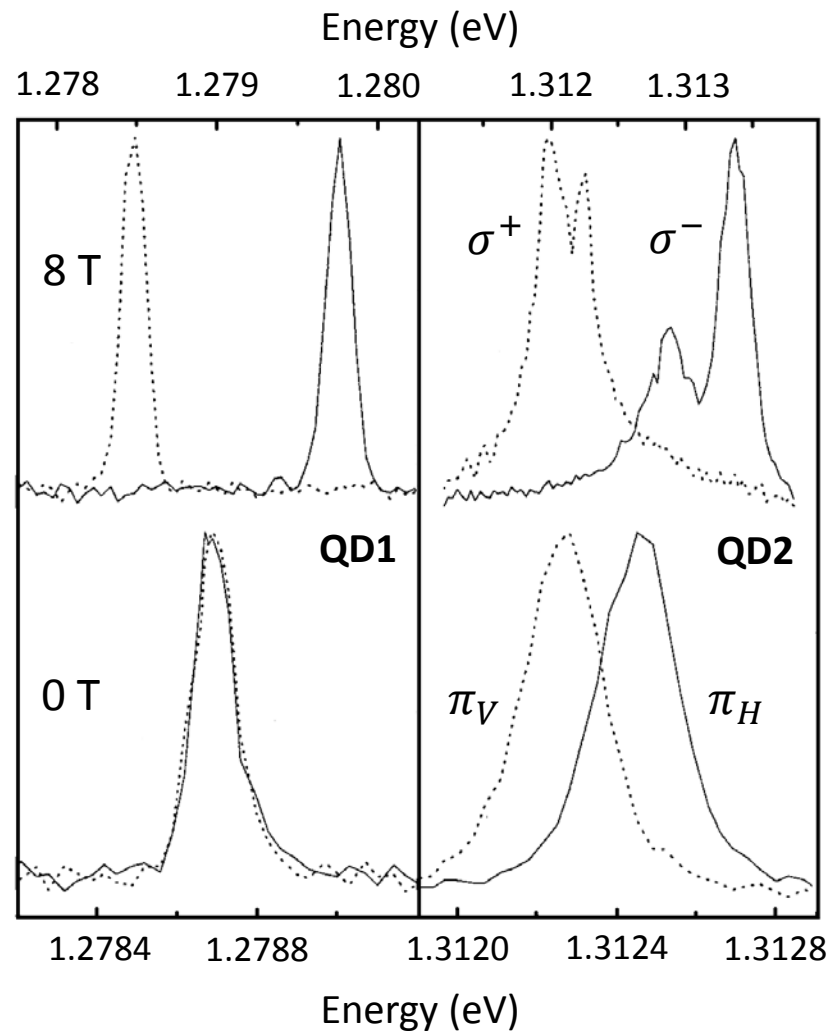
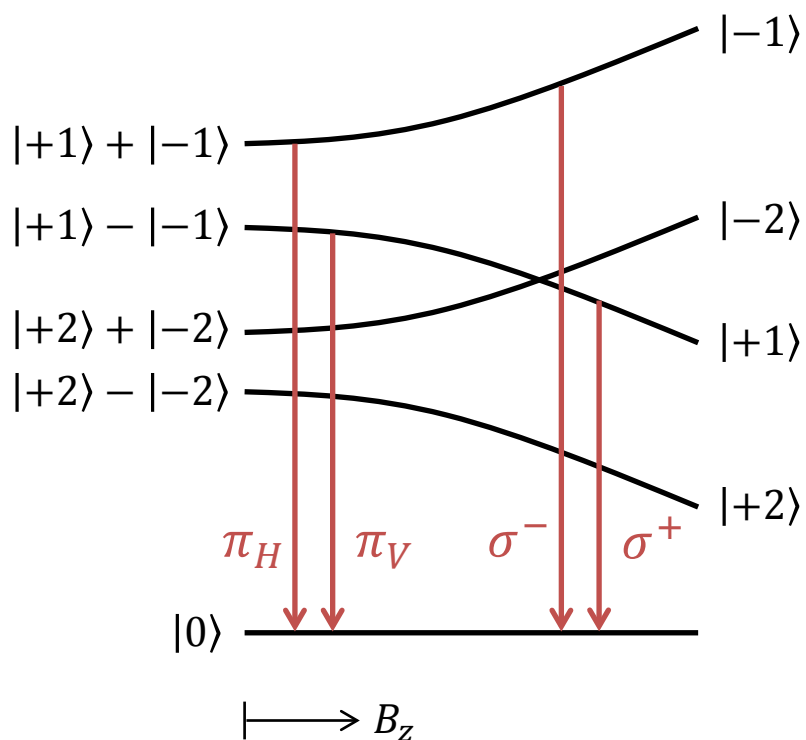




# 中性励起子：ファラデー配置

実験例:  $\text{In}_{0.60}\text{Ga}_{0.40}\text{As}$  QDs

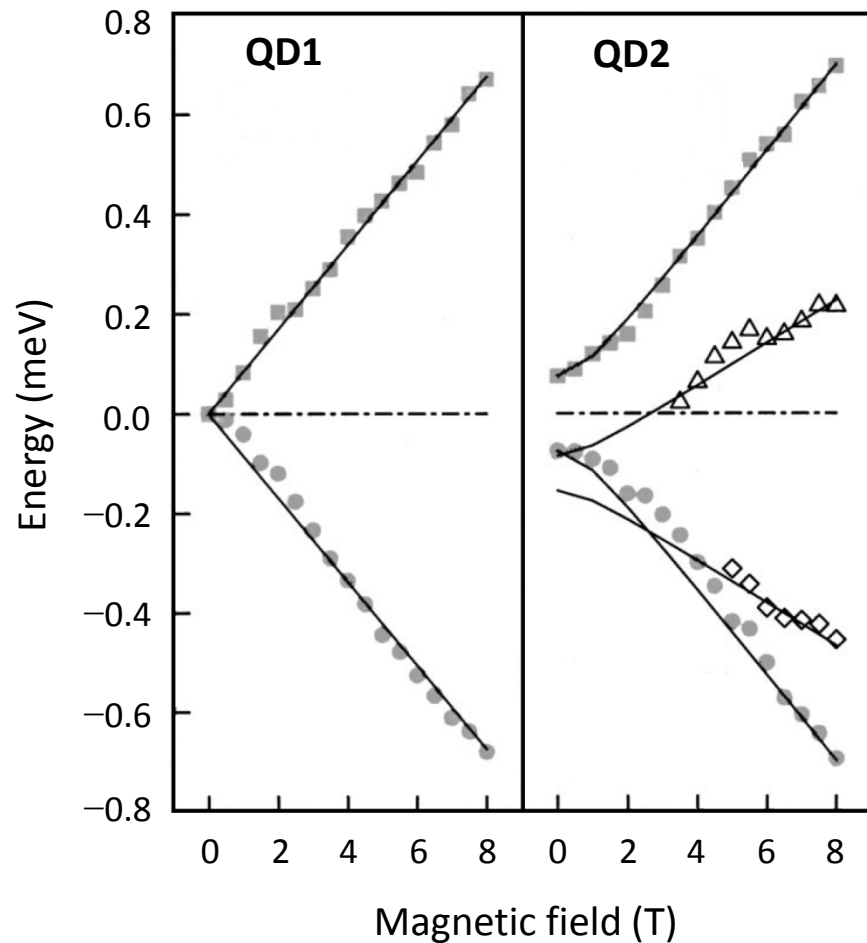
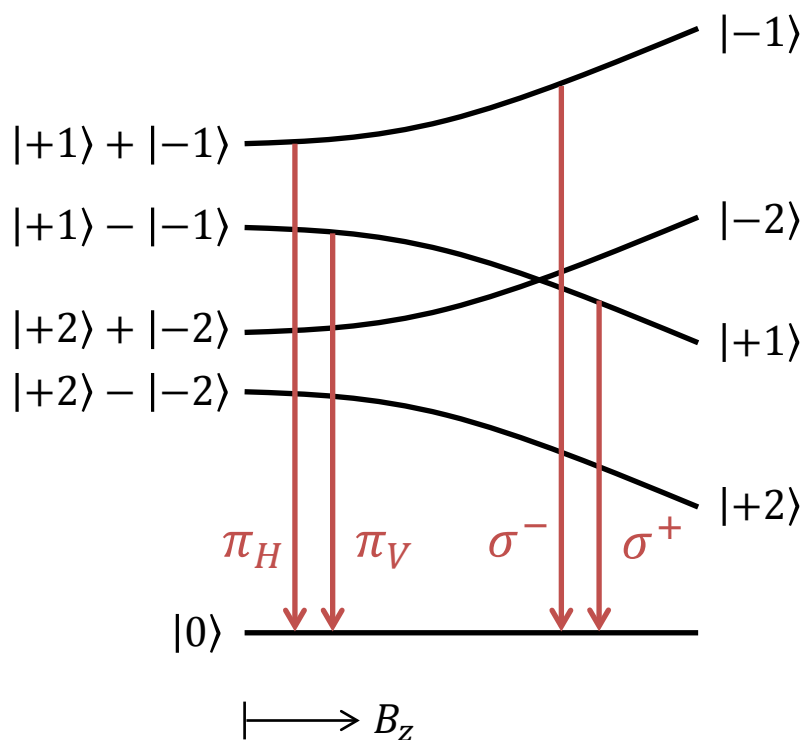
Phys. Rev. B **65**, 195315 (2002) Bayer *et al.*



# 中性励起子：ファラデー配置

実験例:  $\text{In}_{0.60}\text{Ga}_{0.40}\text{As}$  QDs

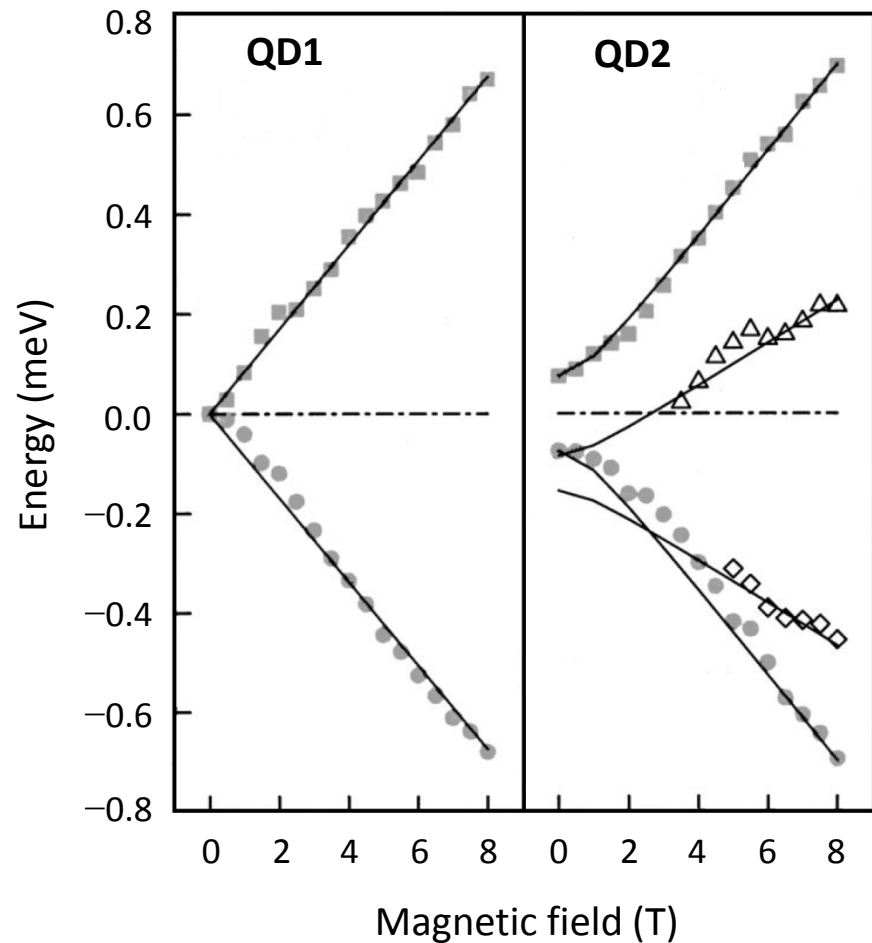
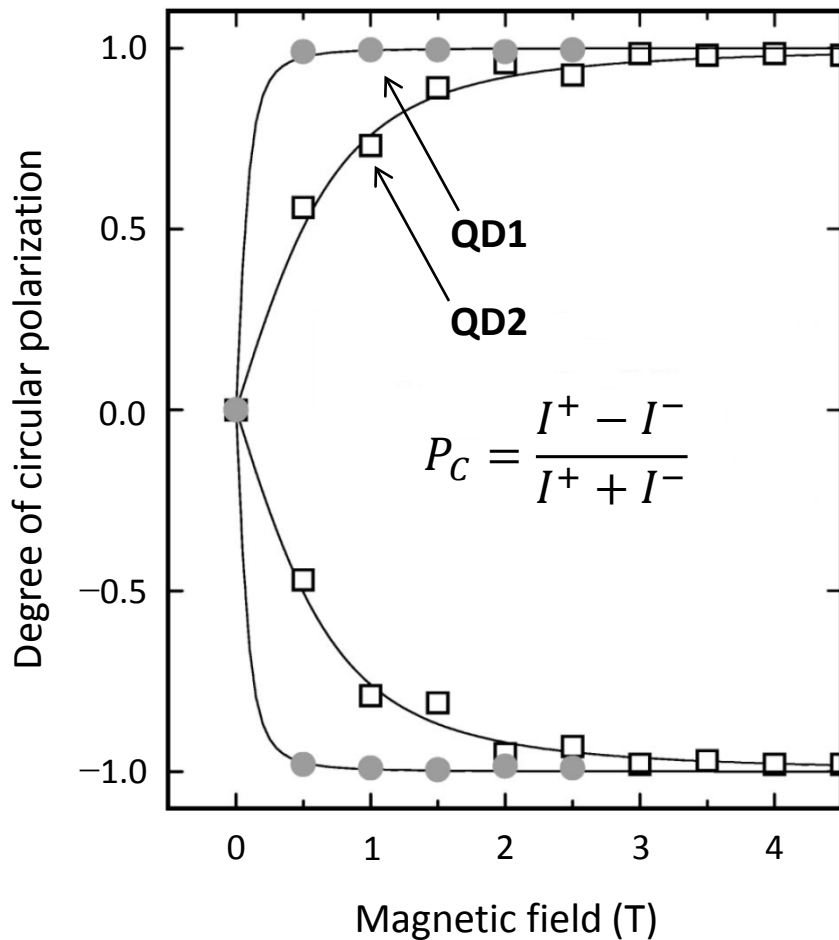
Phys. Rev. B **65**, 195315 (2002) Bayer *et al.*



# 中性励起子：ファラデー配置

実験例:  $\text{In}_{0.60}\text{Ga}_{0.40}\text{As}$  QDs

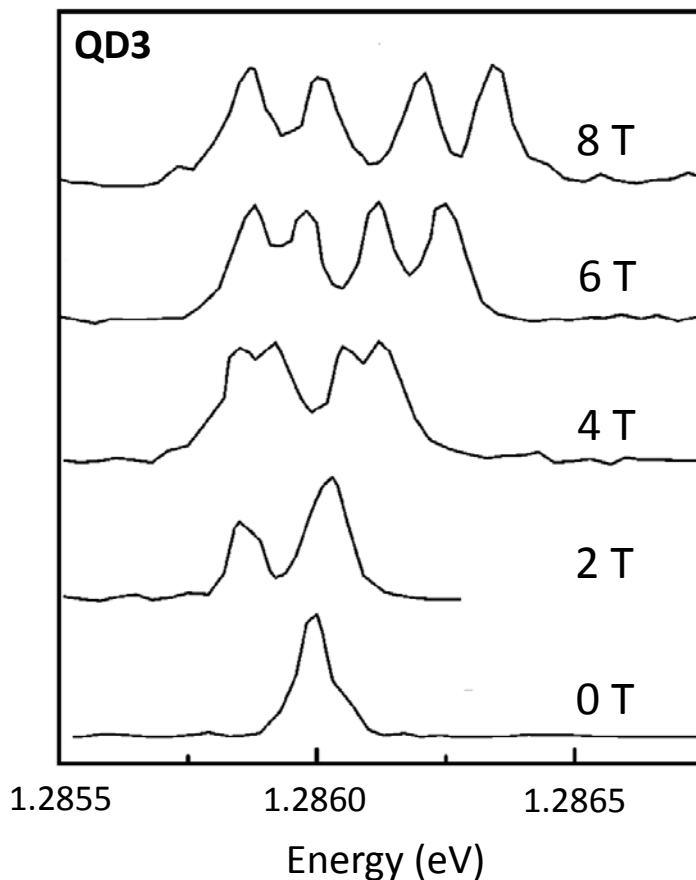
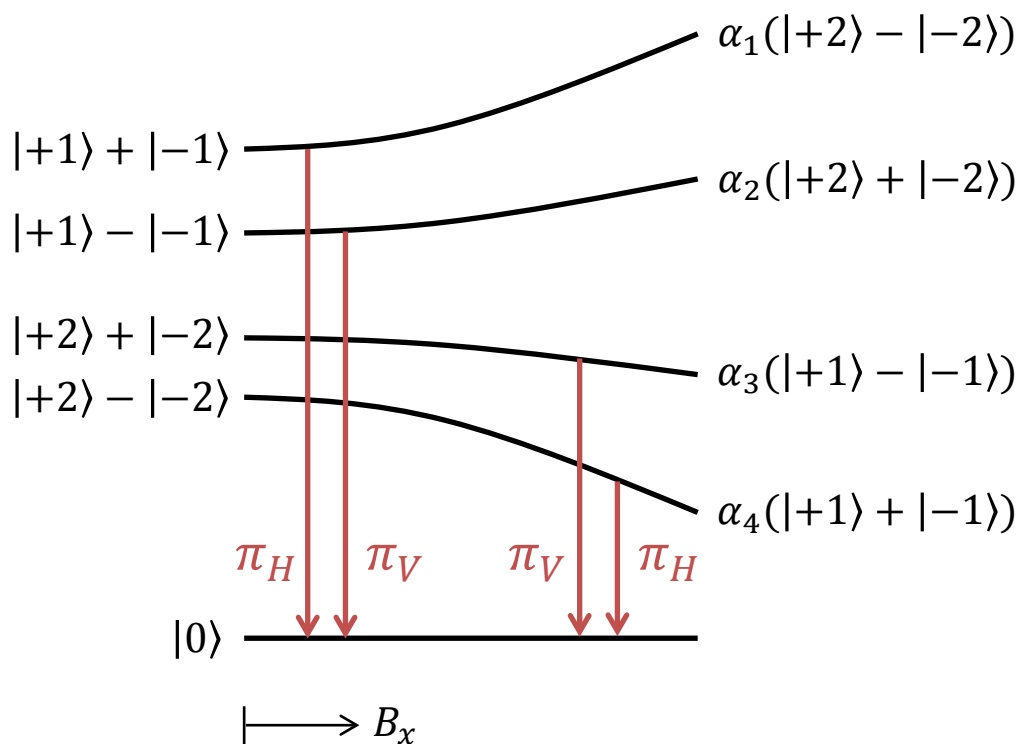
Phys. Rev. B **65**, 195315 (2002) Bayer *et al.*



# 中性励起子：フオイト配置

実験例:  $\text{In}_{0.60}\text{Ga}_{0.40}\text{As}$  QDs

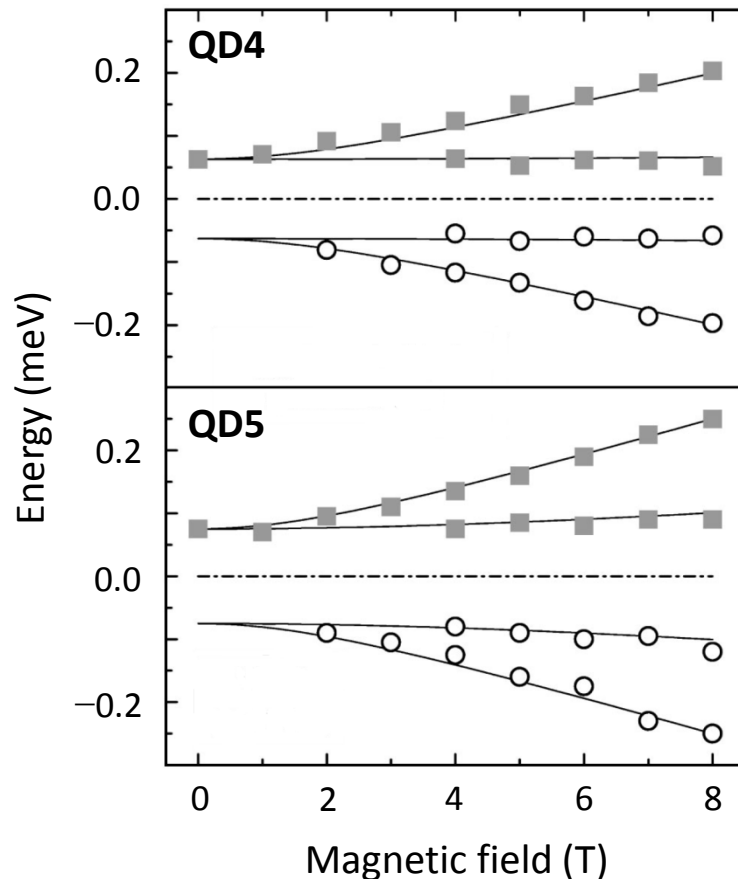
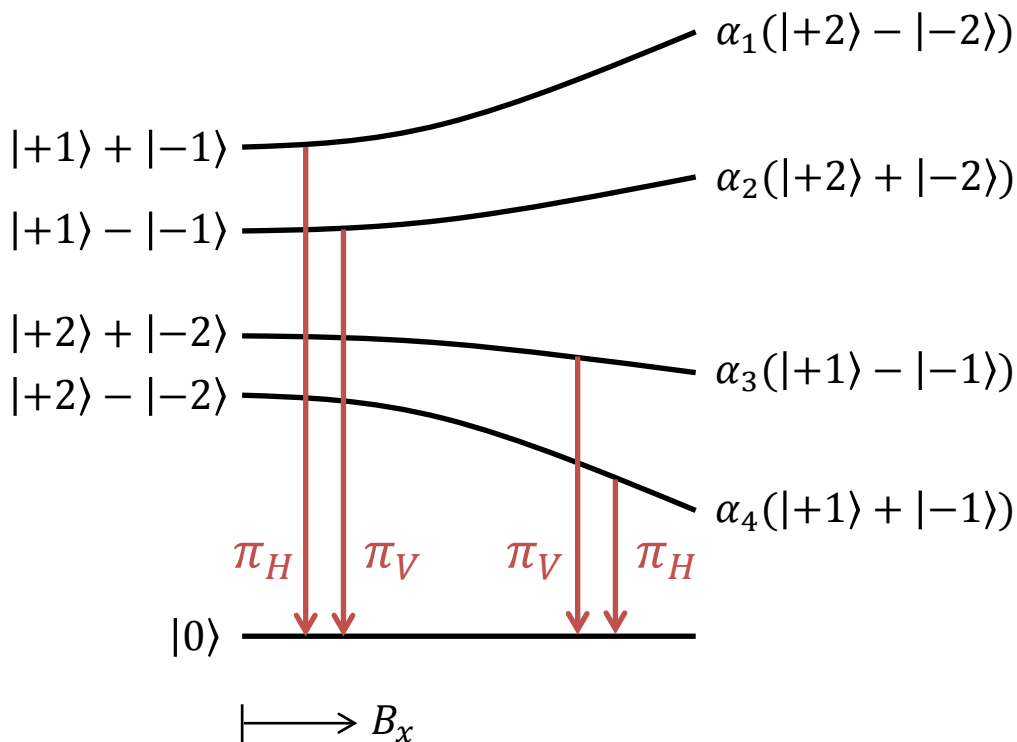
Phys. Rev. B **65**, 195315 (2002) Bayer *et al.*



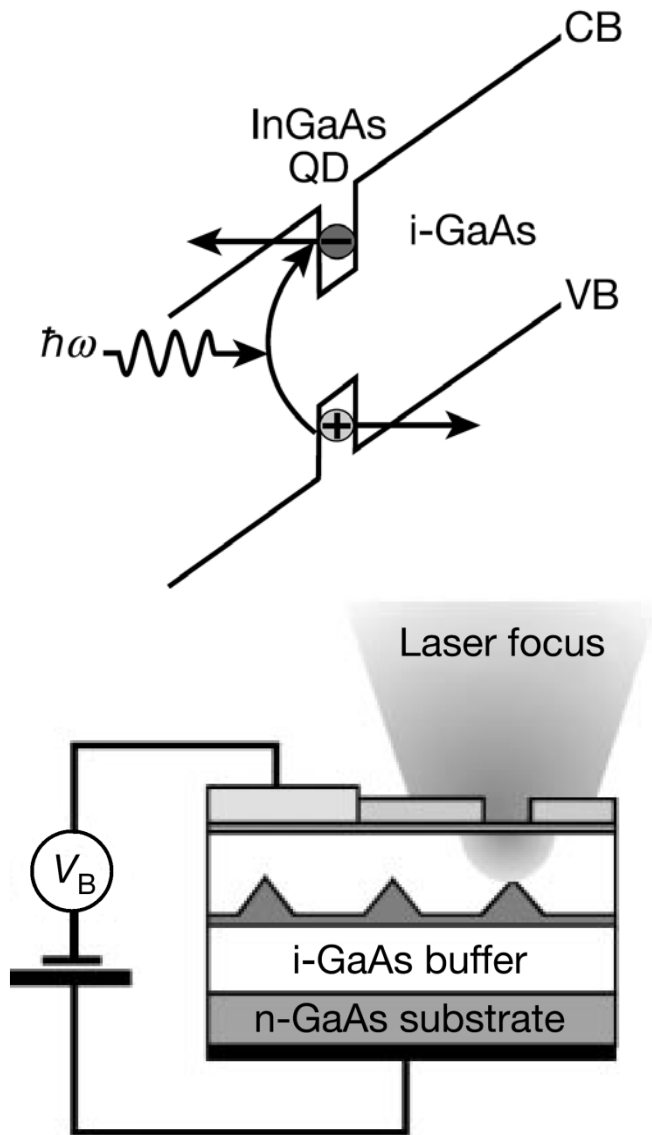
# 中性励起子：フォイト配置

実験例:  $\text{In}_{0.60}\text{Ga}_{0.40}\text{As}$  QDs

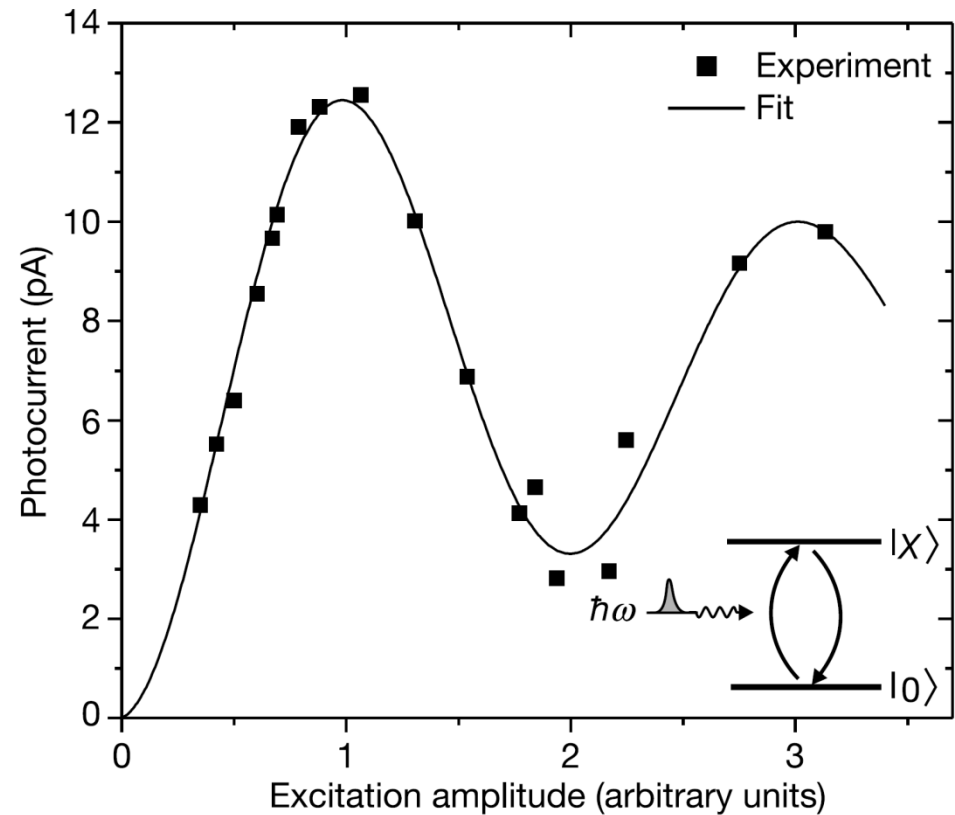
Phys. Rev. B **65**, 195315 (2002) Bayer *et al.*



# 中性励起子：有效2準位系？

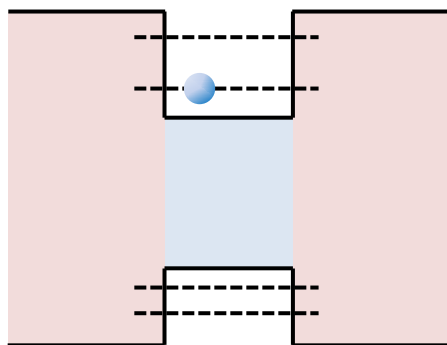


Nature **418**, 612 (2002) Zrenner *et al.*



See also: Phys. Rev. Lett. **87**, 133603 (2001) Stievater *et al.*  
 Phys. Rev. Lett. **87**, 247401 (2001) Kamada *et al.*

# 荷電励起子 (トライオン)

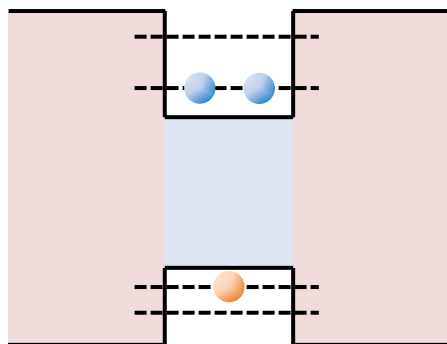


$$|e^{-}\rangle = |s = \pm 1/2\rangle_e$$

1電子が常時量子ドット内に  
にトラップされている状態



吸収  $\downarrow \hbar\omega$  放出  $\uparrow$

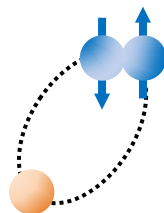


$$|X^{-}\rangle = |S = 0\rangle_{ee} |j_z = \pm 3/2\rangle_h$$

2電子は一重項を組み非磁性化

正孔スピンのみ考慮すればよい  
電子-正孔交換相互作用なし

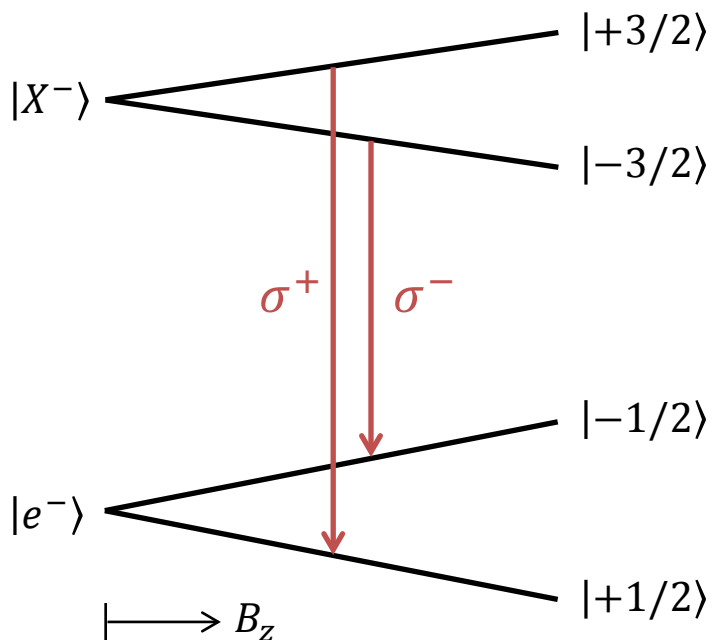
$$H_{\text{Ex}}^X = 0$$



# 荷電励起子：ゼーマン効果

## ファラデー配置

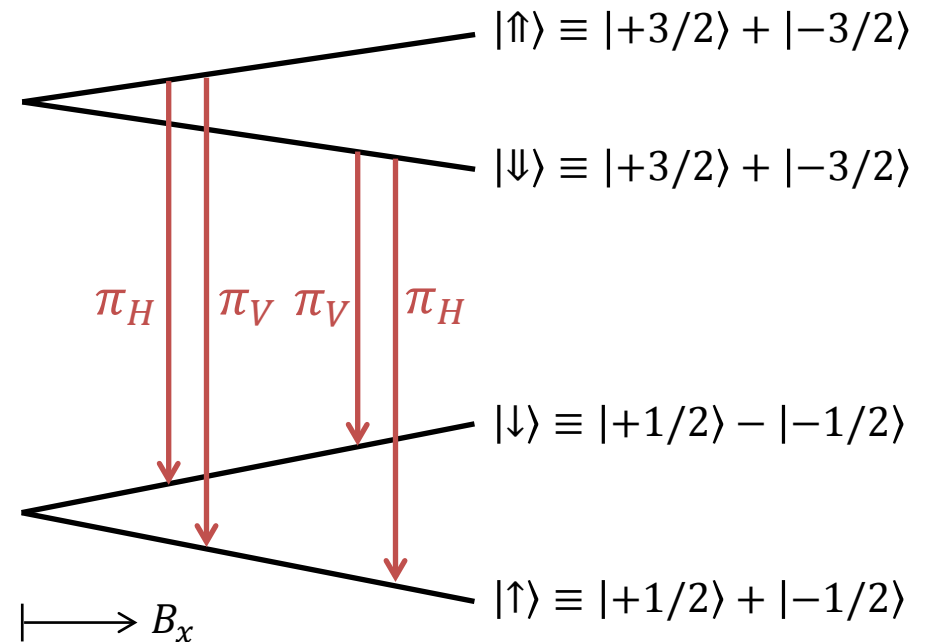
$$H_Z^{X,F} = \frac{\mu_B B_z}{2} \begin{pmatrix} g_{hz} & 0 \\ 0 & -g_{hz} \end{pmatrix}$$



$$H_Z^{e,F} = \frac{\mu_B B_z}{2} \begin{pmatrix} -g_{ez} & 0 \\ 0 & g_{ez} \end{pmatrix}$$

## フォイト配置

$$H_Z^{X,V} = \frac{\mu_B B_x}{2} \begin{pmatrix} 0 & g_{hx} \\ g_{hx} & 0 \end{pmatrix}$$

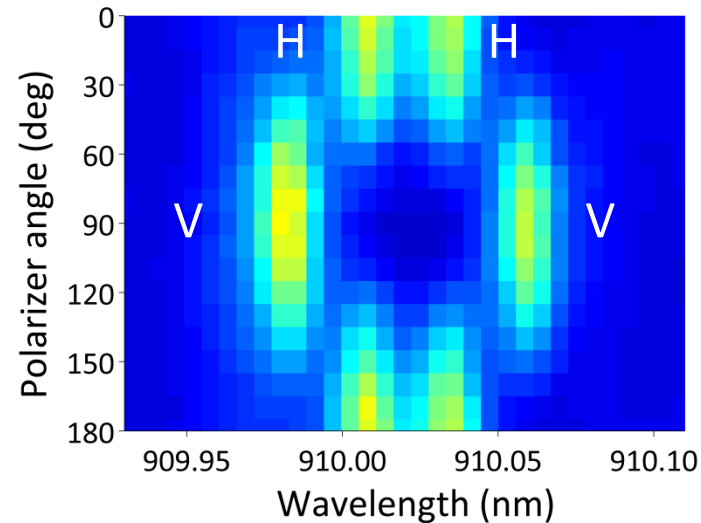
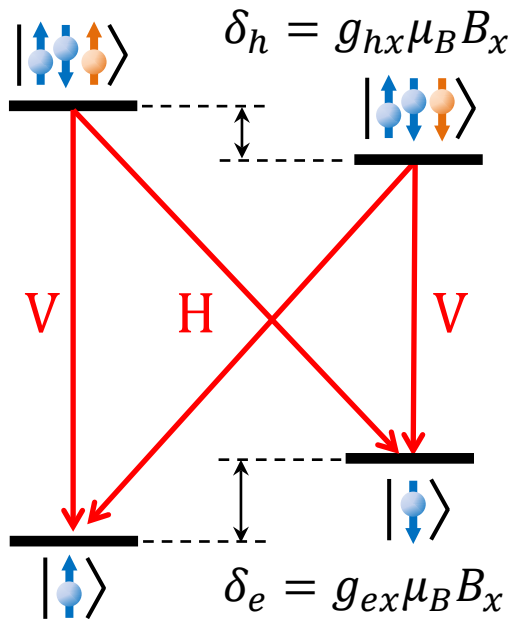


$$H_Z^{e,V} = \frac{\mu_B B_x}{2} \begin{pmatrix} 0 & g_{ex} \\ g_{ex} & 0 \end{pmatrix}$$



# 量子ビットに使うのは…

## フォイト配置における荷電量子ドットのゼーマン準位



- 電子スピンの長いコヒーレンス時間
- 有効ラムダ型3準位を形成
  - 光ポンピングによる初期化と読み出し
  - 光パルスによる超高速スピン制御
  - スピン-光子量子もつれ生成

# 講義内容

- 光学活性QDの物性
  - Qubit
- 量子力学
  - ブロッホ球, 量子もつれ etc
- 光制御QDスピンの現状
  - Control
  - Coherence
  - Communication
- 展望
  - Coupling

# ブロッホ球

## 量子状態の記述

$$|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$$

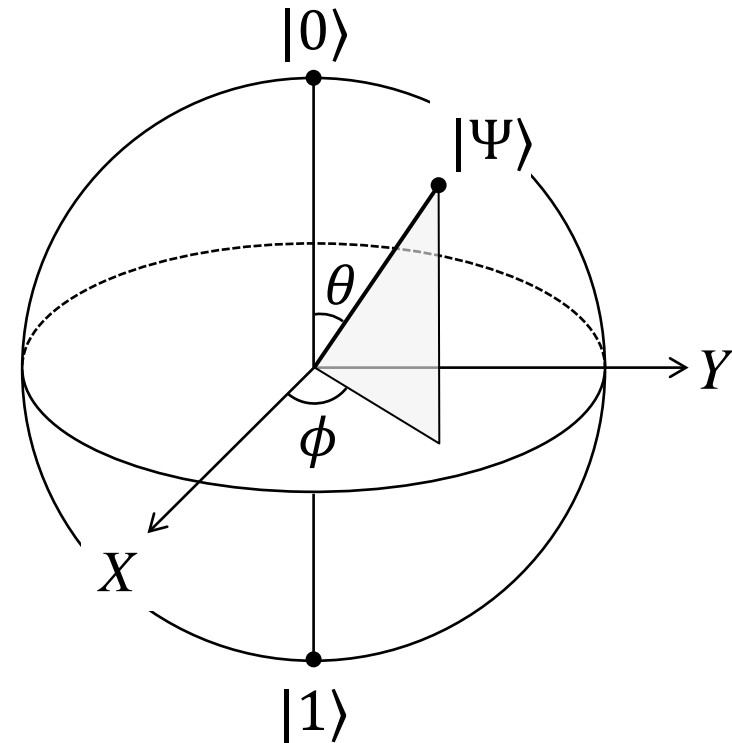
↓  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$

$$|\Psi\rangle = \underline{e^{i\gamma}} \left( \cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle \right)$$

測定に影響  
しない



$$|\Psi\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle$$



# 1量子ビットゲート

## ユニタリ行列

$$|\Psi(t + \Delta t)\rangle = \exp\left(-\frac{iH\Delta t}{\hbar}\right) |\Psi(t)\rangle$$

## 指数演算子

$$e^{iAx} \equiv \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(iAx)^n}{n!} = \cos x \cdot I + i \sin x \cdot A$$

$\uparrow$   
 $A^2 = I (= \sigma_0)$

## パウリ行列

$$\sigma_X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_Y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

© Nobel Foundation



Pauli  
(1945)

# 回転ゲート

## 任意の軸周りの回転

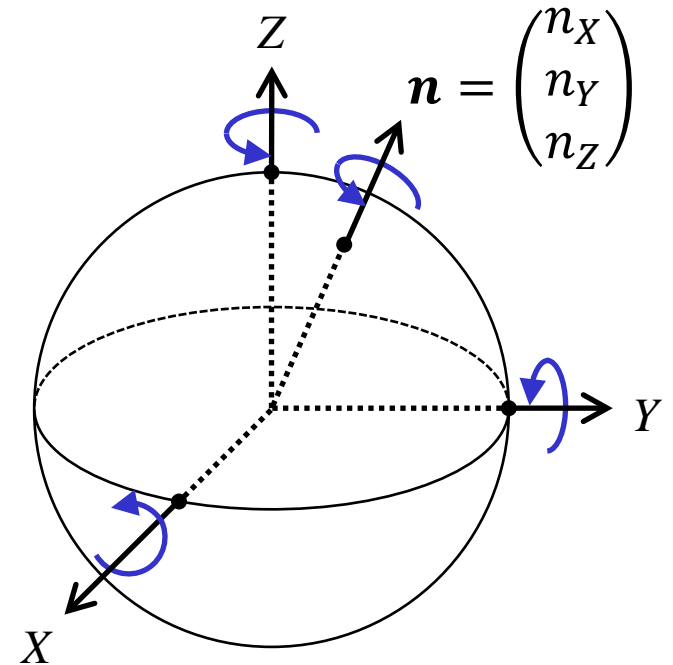
$$R_n(\varphi) \equiv e^{-i\varphi \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} / 2} = \cos \frac{\theta}{2} \cdot I - i \sin \frac{\theta}{2} (n_X \sigma_X + n_Y \sigma_Y + n_Z \sigma_Z)$$

## X, Y, Z 軸周りの回転

$$R_X(\varphi) \equiv e^{-i\varphi \sigma_X / 2} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\varphi}{2} & -i \sin \frac{\varphi}{2} \\ -i \sin \frac{\varphi}{2} & \cos \frac{\varphi}{2} \end{pmatrix}$$

$$R_Y(\varphi) \equiv e^{-i\varphi \sigma_Y / 2} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\varphi}{2} & -\sin \frac{\varphi}{2} \\ \sin \frac{\varphi}{2} & \cos \frac{\varphi}{2} \end{pmatrix}$$

$$R_Z(\varphi) \equiv e^{-i\varphi \sigma_Z / 2} = \begin{pmatrix} e^{-i\varphi/2} & 0 \\ 0 & e^{i\varphi/2} \end{pmatrix}$$



# ZX 分解

任意のユニタリ行列は  $X$  軸と  $Z$  軸の回転の組み合わせとして表現できる

$$\begin{aligned} U &= \begin{pmatrix} e^{i(\alpha-\beta/2-\delta/2)} \cos \frac{\gamma}{2} & -ie^{i(\alpha-\beta/2+\delta/2)} \sin \frac{\gamma}{2} \\ -ie^{i(\alpha+\beta/2-\delta/2)} \sin \frac{\gamma}{2} & e^{i(\alpha+\beta/2+\delta/2)} \cos \frac{\gamma}{2} \end{pmatrix} \\ &= e^{i\alpha} \begin{pmatrix} e^{-i\beta/2} & 0 \\ 0 & e^{i\beta/2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \frac{\gamma}{2} & -i \sin \frac{\gamma}{2} \\ -i \sin \frac{\gamma}{2} & \cos \frac{\gamma}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-i\delta/2} & 0 \\ 0 & e^{i\delta/2} \end{pmatrix} \\ &= e^{i\alpha} R_Z(\beta) R_X(\gamma) R_Z(\delta) \end{aligned}$$

(分解の仕方は一意ではない)

# 密度行列

純粋状態 ( $|r| = 1$ )

$$|\Psi\rangle\langle\Psi| = \begin{pmatrix} |\alpha|^2 & \alpha\beta^* \\ \alpha^*\beta & |\beta|^2 \end{pmatrix}$$

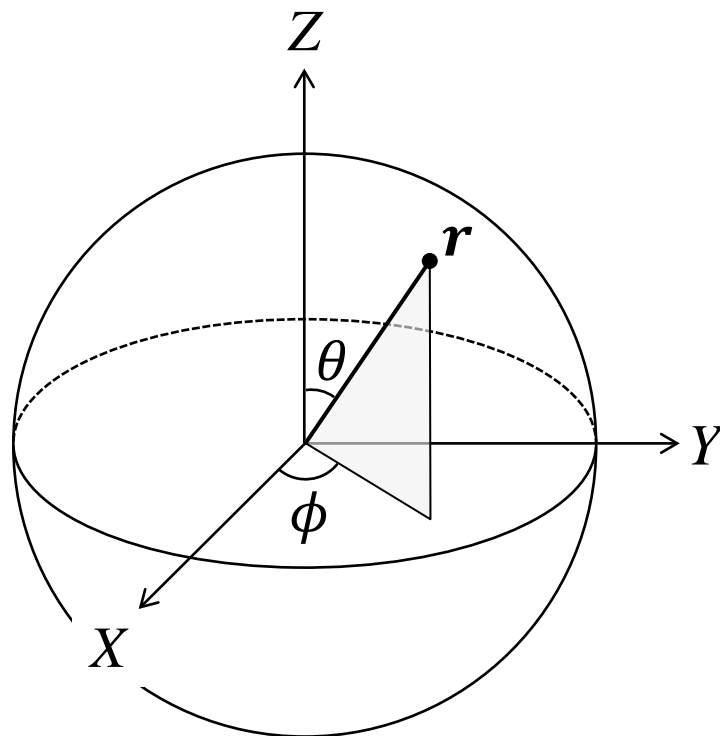
$$= \begin{pmatrix} \cos^2 \frac{\theta}{2} & e^{-i\phi} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \\ e^{i\phi} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} & \sin^2 \frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$$

$$= \frac{I + \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\sigma}}{2}$$

混合状態 ( $|r| < 1$ )

$$\rho = \frac{I + \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\sigma}}{2} \quad \text{ブロッホ球の内側}$$

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} r_X \\ r_Y \\ r_Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \end{pmatrix}$$



# 量子もつれ (エンタングルメント)

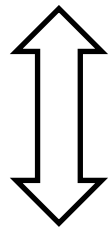
## 2量子ビット状態の記述

$$|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle|0\rangle + \beta|0\rangle|1\rangle + \gamma|1\rangle|0\rangle + \delta|1\rangle|1\rangle$$

## ベル状態

$$|\Phi\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle_A |1\rangle_B - |1\rangle_A |0\rangle_B)$$

Aliceが0を得るとBobは1,  
Aliceが1を得るとBobは0



$$|\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle \pm |1\rangle)$$

基底の変換

$$|\Phi\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|-\rangle_A |+\rangle_B - |+\rangle_A |-\rangle_B)$$

Aliceが+を得るとBobは-,  
Aliceが-を得るとBobは+

AliceとBobが異なる基底で  
測定すると結果はランダム



# デコヒーレンス

## 環境との結合

$$|0\rangle_s |E\rangle_e \xrightarrow{U(t)} |0\rangle_s |E_0(t)\rangle_e \quad |1\rangle_s |E\rangle_e \xrightarrow{U(t)} |1\rangle_s |E_1(t)\rangle_e$$

## 環境との量子もつれ

$$|\Psi(0)\rangle = (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle)|E\rangle \\ \xrightarrow{U(t)} |\Psi(t)\rangle = \alpha|0\rangle|E_0(t)\rangle + \beta|1\rangle|E_1(t)\rangle$$

## 縮約密度行列

$$\rho_s(t) = \text{Tr}_e(|\Psi\rangle\langle\Psi|) = \begin{pmatrix} |\alpha|^2 & \alpha\beta^*\langle E_0|E_1\rangle \\ \alpha^*\beta\langle E_0|E_1\rangle & |\beta|^2 \end{pmatrix}$$

多くの場合  $\langle E_0(t)|E_1(t)\rangle = e^{-t/T_2}$

系の情報 (**which-path information**) が環境へ漏れ出る

# デコヒーレンス

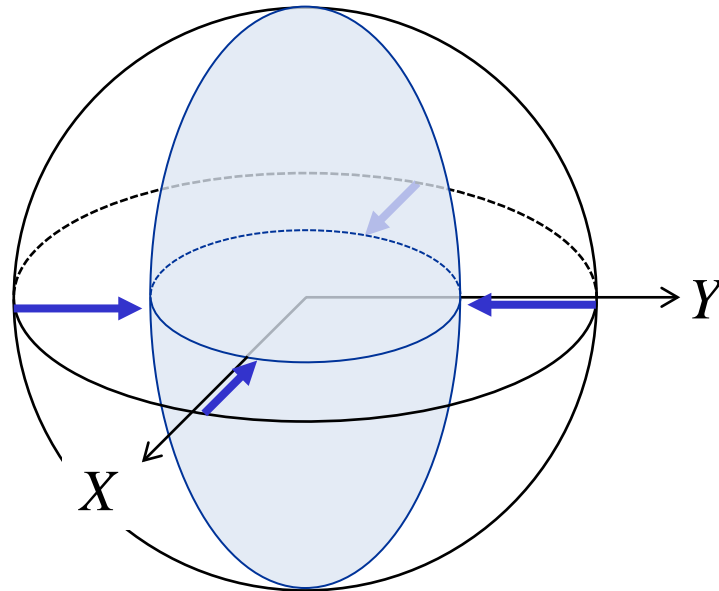
## ブロッホ球での描像 (位相減衰)

$$\rho_s(t) = \begin{pmatrix} |\alpha|^2 & \alpha\beta^* e^{-t/T_2} \\ \alpha^*\beta e^{-t/T_2} & |\beta|^2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} |\alpha|^2 & 0 \\ 0 & |\beta|^2 \end{pmatrix}$$

“0かつ1”の状態

“0または1”の状態

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} r_X e^{-t/T_2} \\ r_Y e^{-t/T_2} \\ r_Z \end{pmatrix}$$

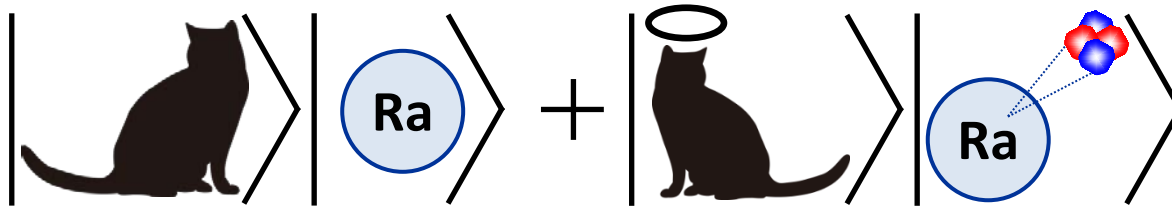


# シュレーディンガーの猫

© Nobel Foundation



Schrödinger  
(1933)



$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\text{alive}\rangle|0\rangle + |\text{dead}\rangle|1\rangle)$$



© Google

$$\rho = |\Psi\rangle\langle\Psi| = \frac{1}{2} (|\text{alive}, 0\rangle\langle\text{alive}, 0| + |\text{dead}, 1\rangle\langle\text{dead}, 1| \\ \cancel{+ |\text{alive}, 0\rangle\langle\text{dead}, 1|} + \cancel{|\text{dead}, 1\rangle\langle\text{alive}, 0|})$$

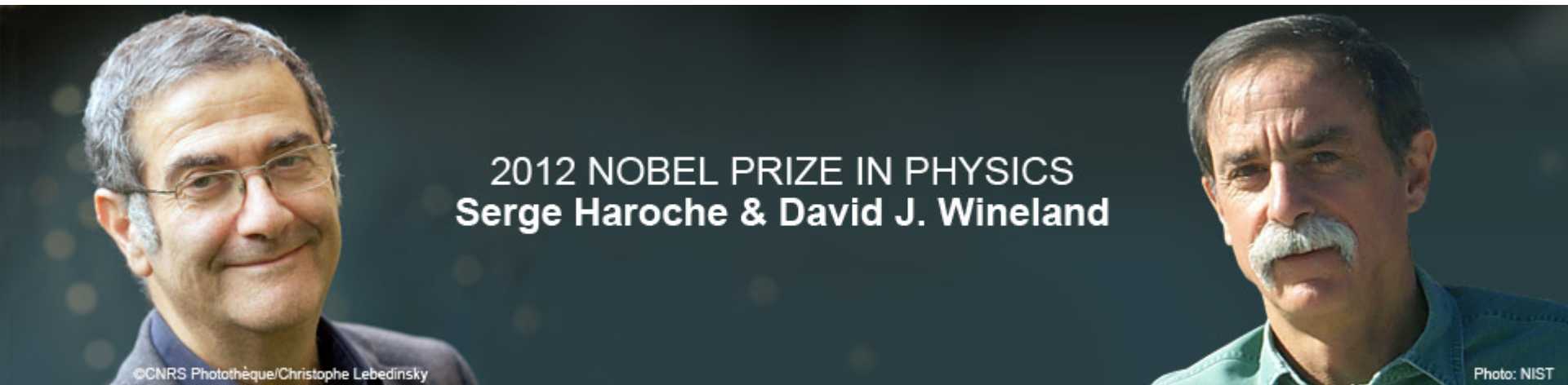
猫のwhich-path information (体温, 心音 etc) が環境へ漏れることで生きた猫と死んだ猫の間のコヒーレンスが失われる

# 講義内容

- 光学活性QDの物性
  - Qubit
- 量子力学
  - ブロッホ球, 量子もつれ etc
- 光制御QDスピンの現状
  - Control
  - Coherence
  - Communication
- 展望
  - Coupling

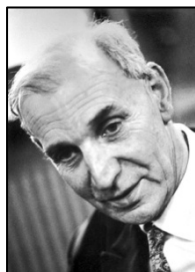
# (閑話休題) 2012年ノーベル賞

For ground-breaking experimental methods that enable measuring and manipulation of individual quantum systems



## 共振器QED

## 捕捉イオン



Kastler  
(1966)



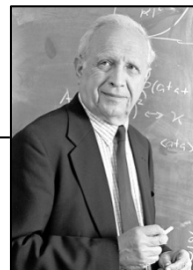
Cohen-Tannoudij  
(1997)



Rabi  
(1944)



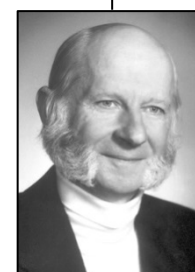
Schwinger  
(1965)



Glauber  
(2005)



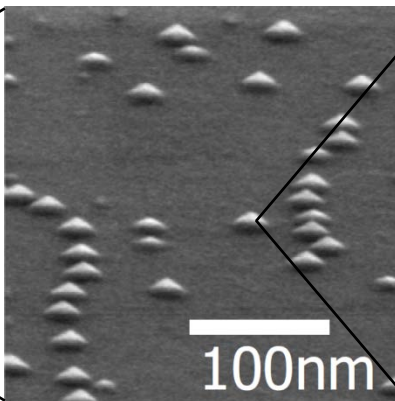
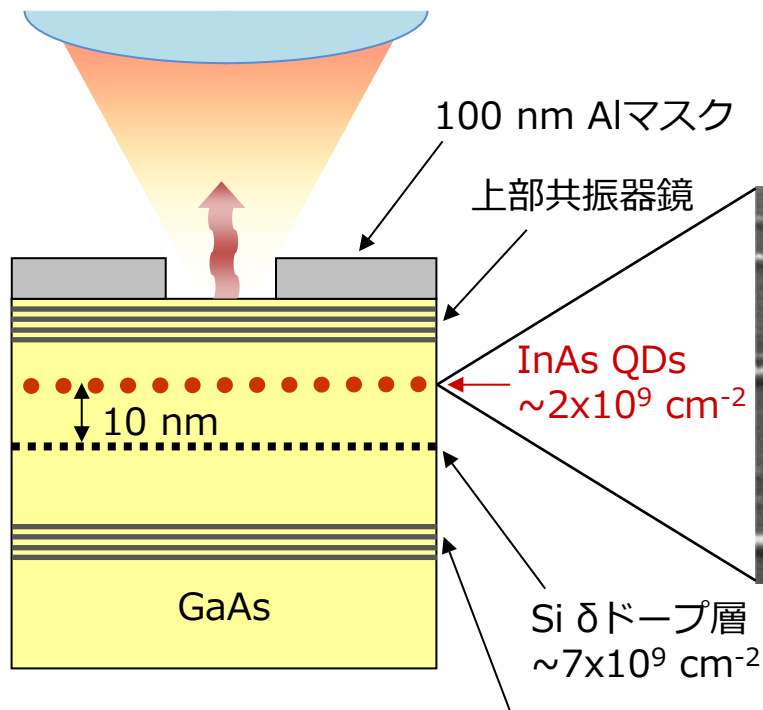
Ramsey  
(1989)



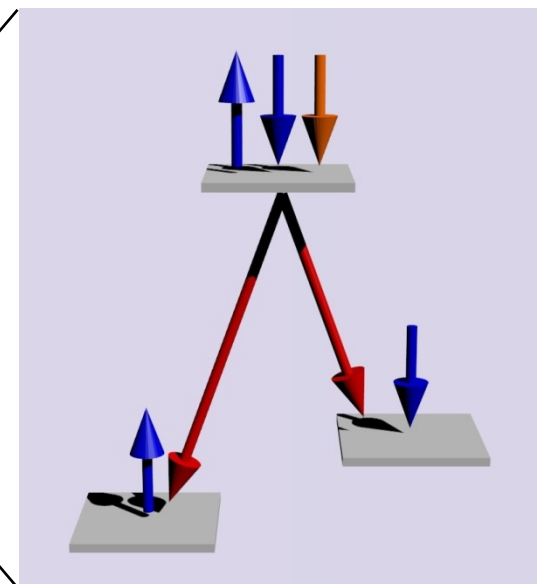
Dehmelt  
(1989)

# 光学活性自己形成QD

対物レンズ (クライオスタット内  $\sim 1.5$  K)



ラムダ型3準位



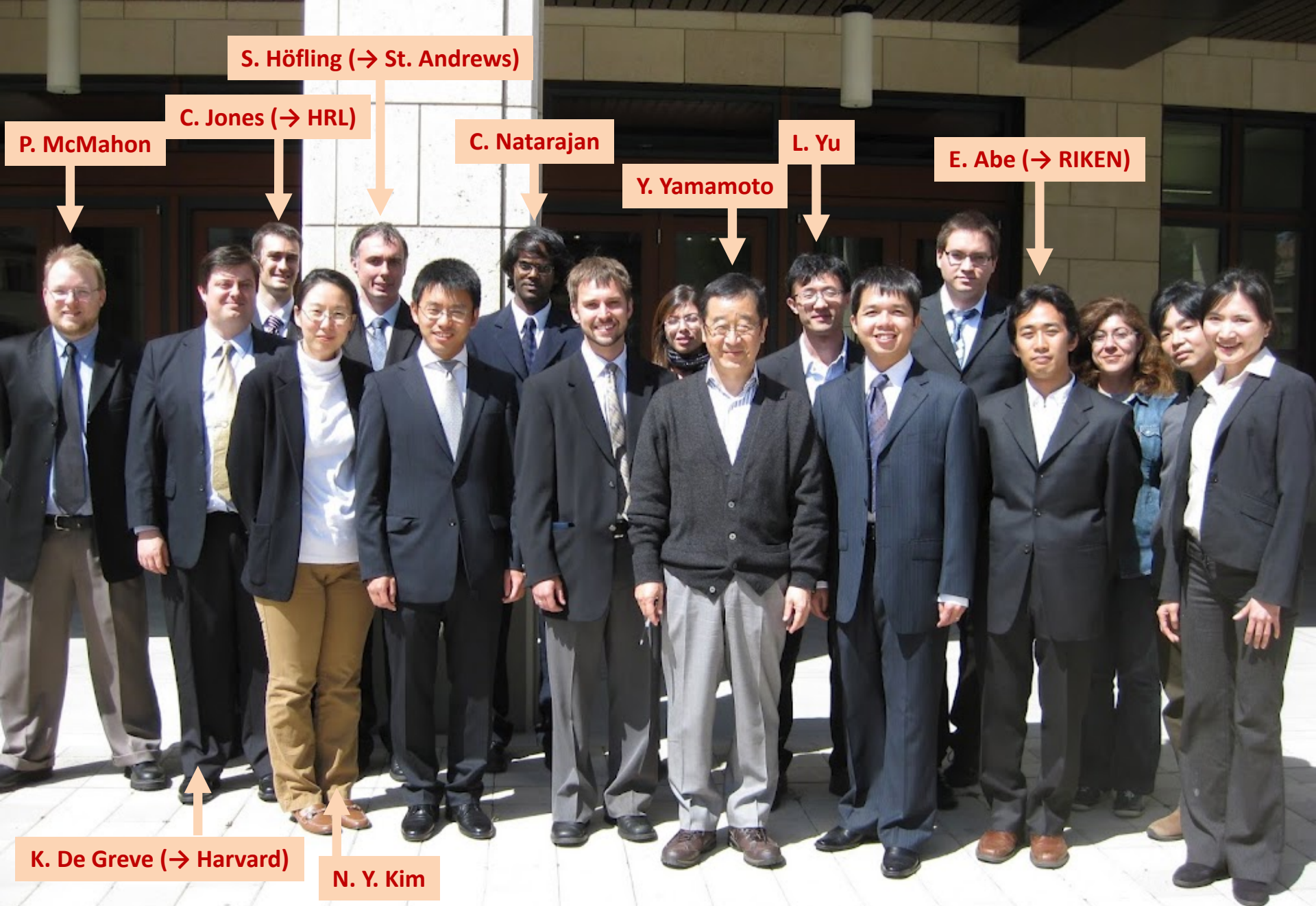
  
 $B > 3$  T (フォイト配置)

Nature **456**, 218 (2008) Press *et al.*

Nature Photon. **4**, 367 (2010) Press *et al.*

Nature **491**, 421 (2012) De Greve *et al.*

Nature Commun. **4**, 2228 (2013) De Greve *et al.*

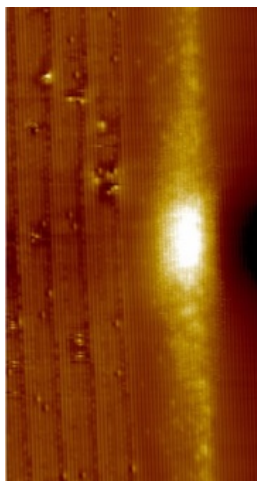
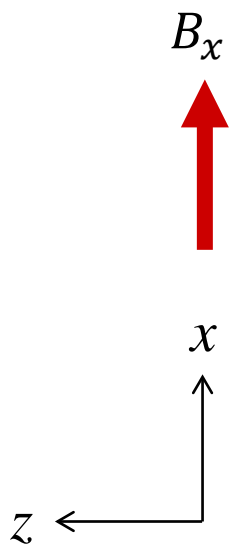


Yamamoto group@Stanford (May 2012)

# 座標軸の対応

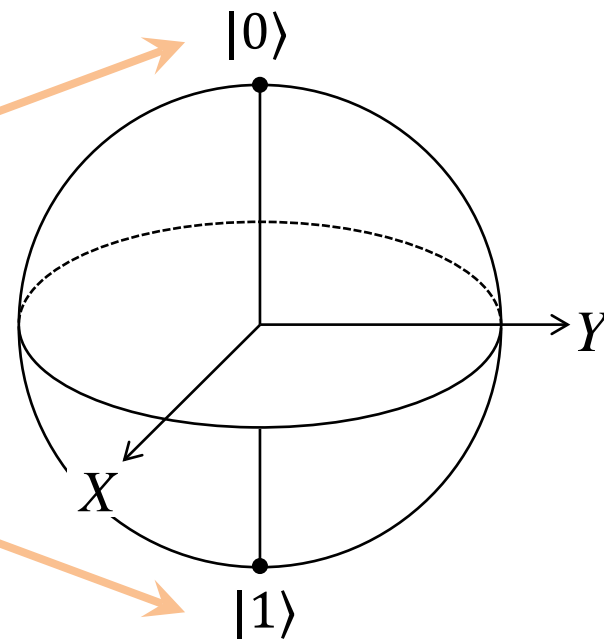
実空間

ブロッホ球



$$|\uparrow\downarrow\rangle \equiv |+1/2\rangle + |-1/2\rangle$$

$$|\downarrow\uparrow\rangle \equiv |+1/2\rangle - |-1/2\rangle$$

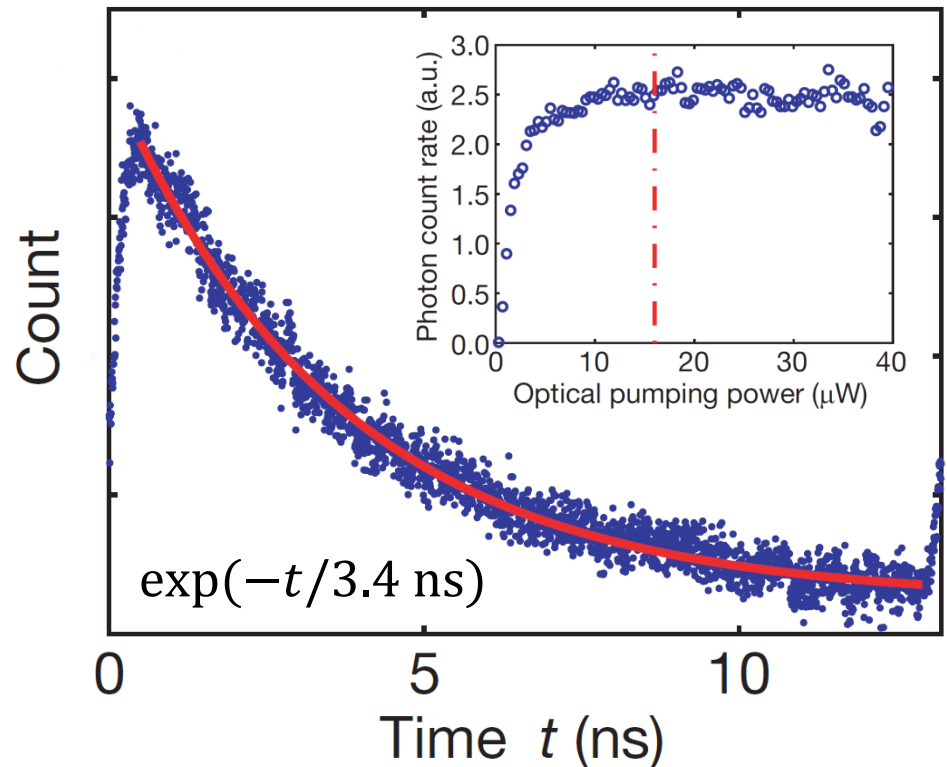
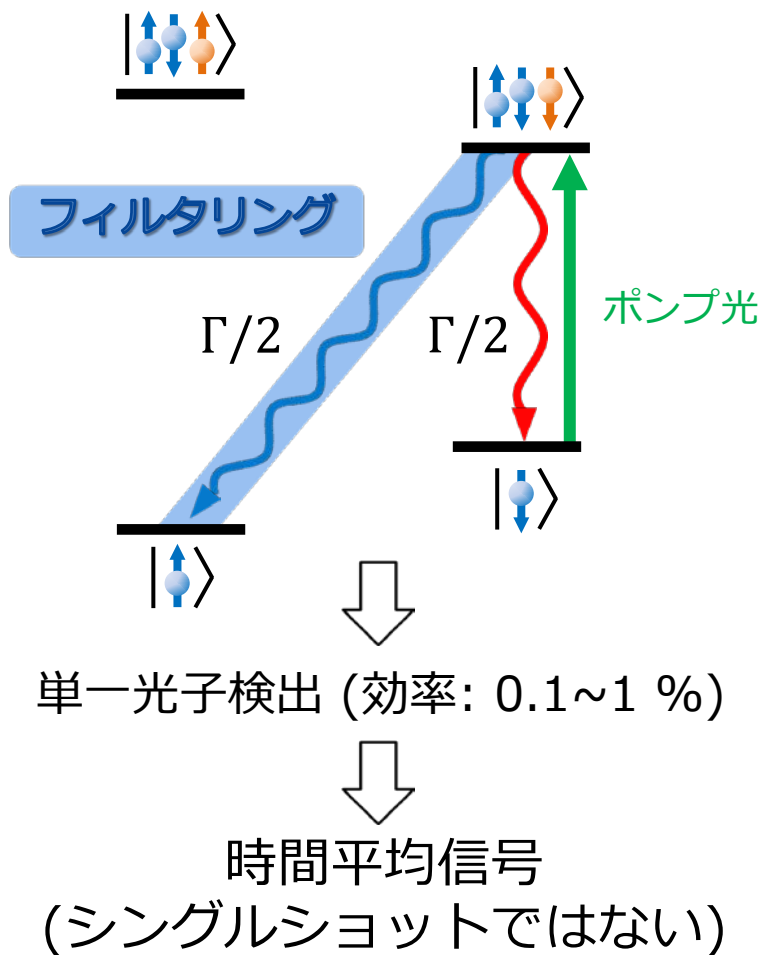


$x$  軸周りのラーモア歳差運動が  $R_Z(\varphi)$  回転ゲートに相当

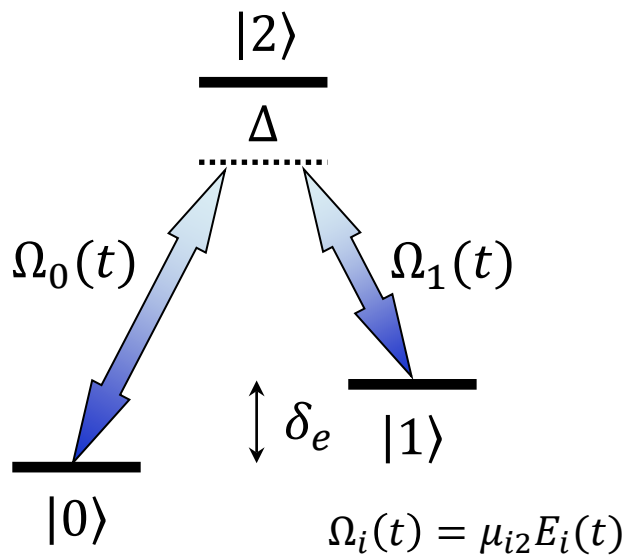


# Control: 初期化, 読み出し

## CWレーザー光による光ポンピング



# 誘導ラマン過程

Raman  
(1930)

相互作用ハミルトニアン (回転波近似)

$$\frac{d|\Psi\rangle}{dt} = -iH_{\text{int}}|\Psi\rangle$$

$$H_{\text{int}} = \begin{pmatrix} -\delta_e & 0 & -\Omega_0(t)/2 \\ 0 & 0 & -\Omega_1(t)/2 \\ -\Omega_0^*(t)/2 & -\Omega_1^*(t)/2 & \Delta \end{pmatrix}$$

$$|\Psi\rangle = a_0(t)|0\rangle + a_1(t)|1\rangle + a_2(t)|2\rangle$$

断熱近似 ( $\Delta \gg \Omega_i \Rightarrow \dot{a}_2 \rightarrow 0$ )

$$H_{\text{eff}} = \begin{pmatrix} -\delta_e & -\Omega_{\text{eff}}(t)/2 \\ -\Omega_{\text{eff}}^*(t)/2 & 0 \end{pmatrix} - \underbrace{\begin{pmatrix} |\Omega_0(t)|^2/4\Delta & 0 \\ 0 & |\Omega_1(t)|^2/4\Delta \end{pmatrix}}_{\text{ACシュタルク効果}}$$

有効ラビ周波数

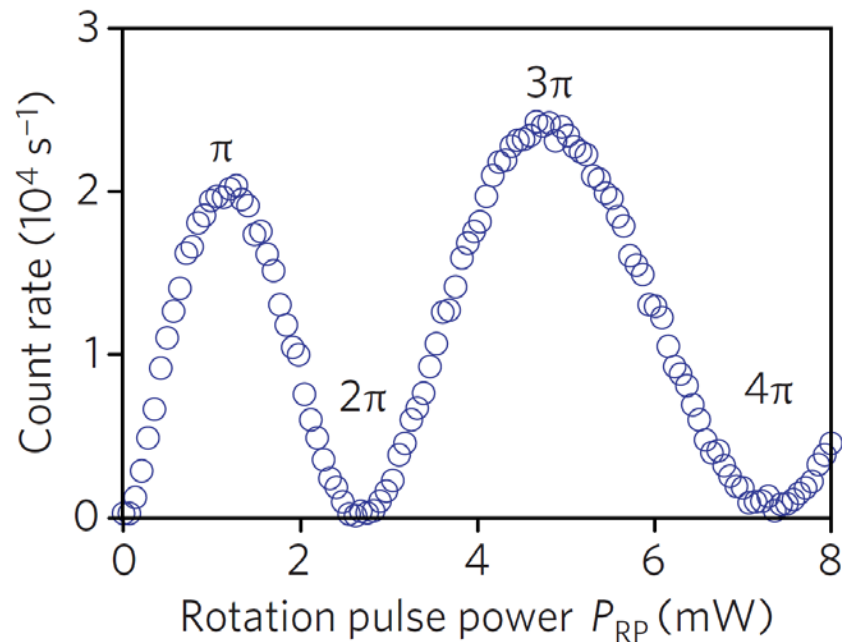
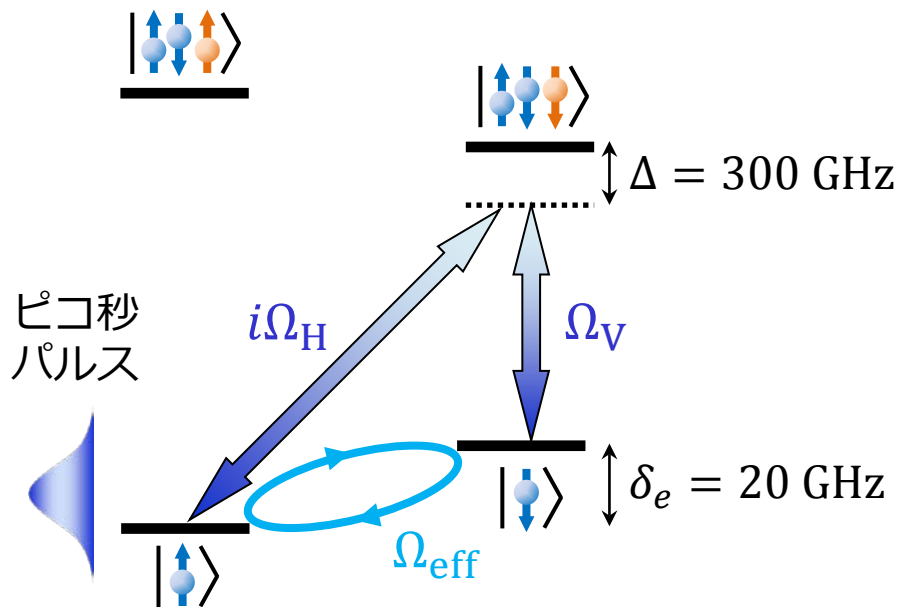
$$\Omega_{\text{eff}}(t) \equiv \frac{\Omega_0(t)\Omega_1^*(t)}{2\Delta}$$

ACシュタルク効果

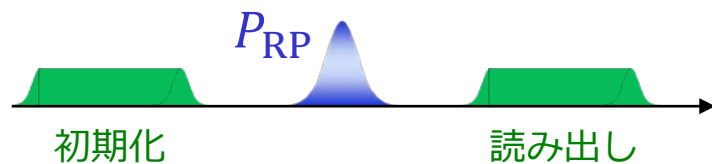
Stark  
(1919)

# X 軸回転

## 離調円偏光パルス (ラビ振動)

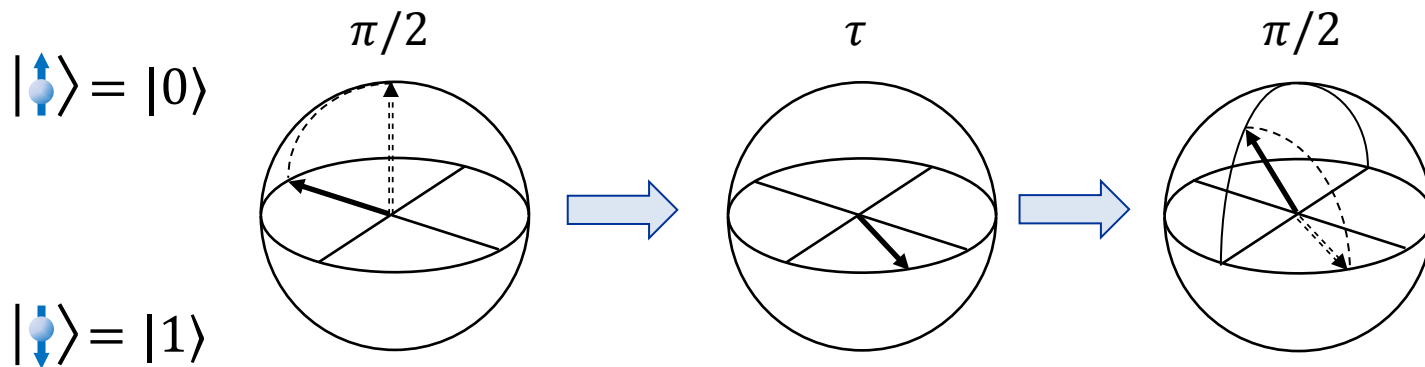
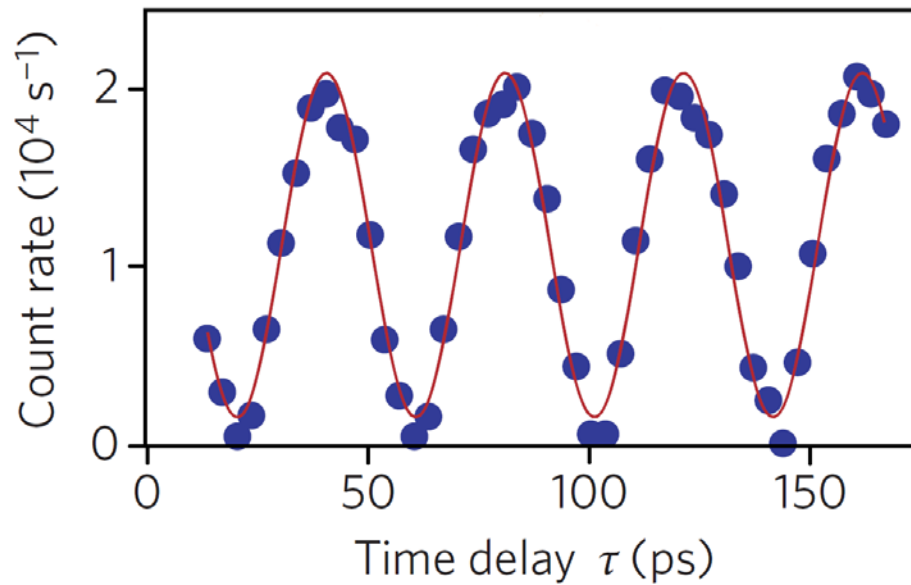
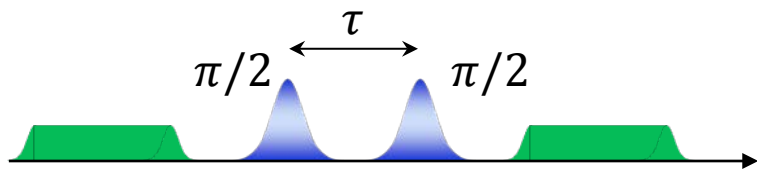


$$\Delta \gg \Omega_{H,V} \gg \delta_e, \Omega_{\text{eff}} \sim |\Omega_H \Omega_V| / 2\Delta$$

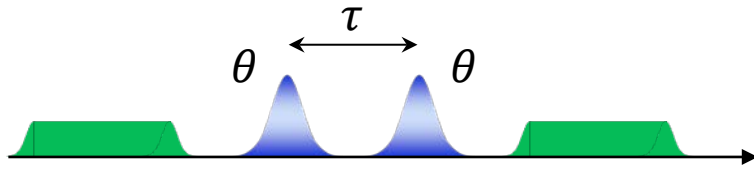


# Z軸回転

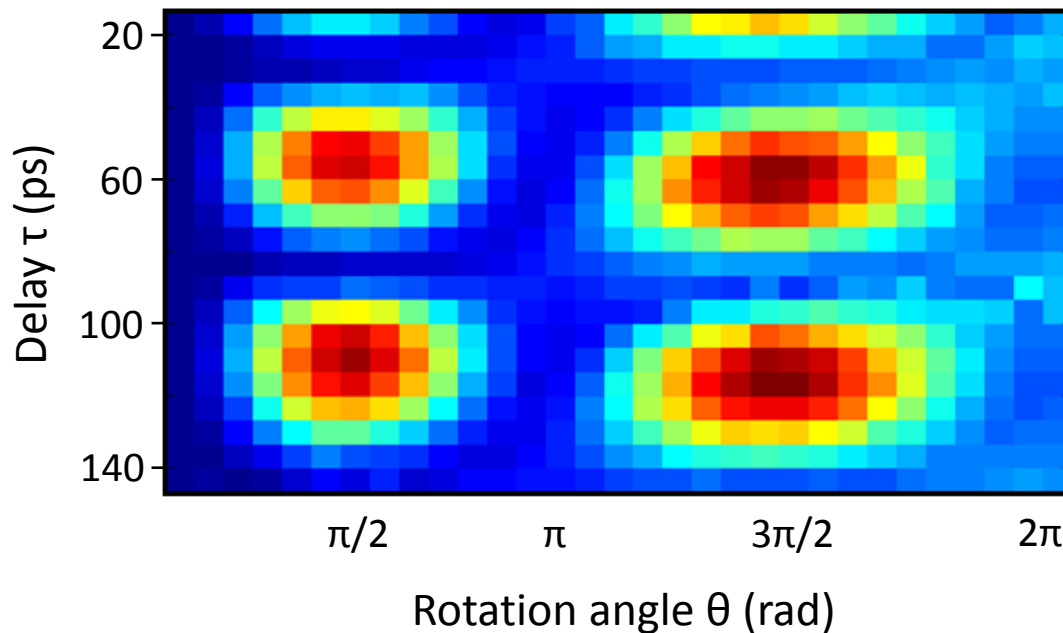
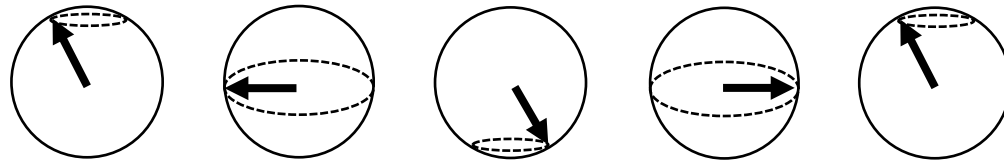
## ラムゼイ干渉 (ラーモア歳差運動)



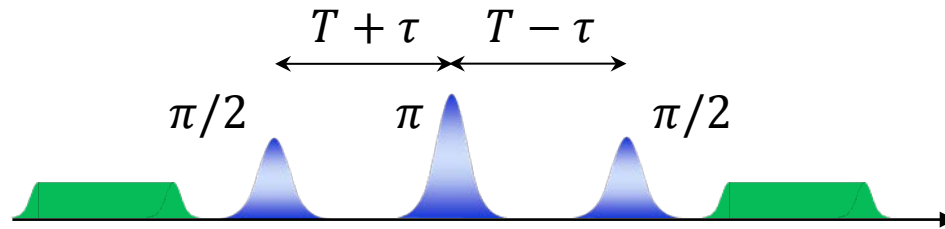
# 1量子ビットゲート



$R_X(\theta)$  と  $R_Z(\varphi)$  の組み合わせで任意の  
1量子ビットゲートが実現 (XZ 分解)



# Coherence: スピンエコー



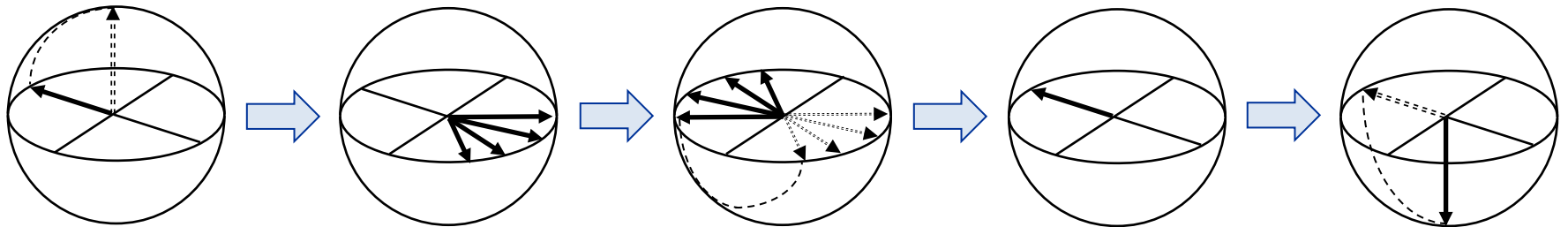
$\pi/2$

不均一広がり

$\pi$

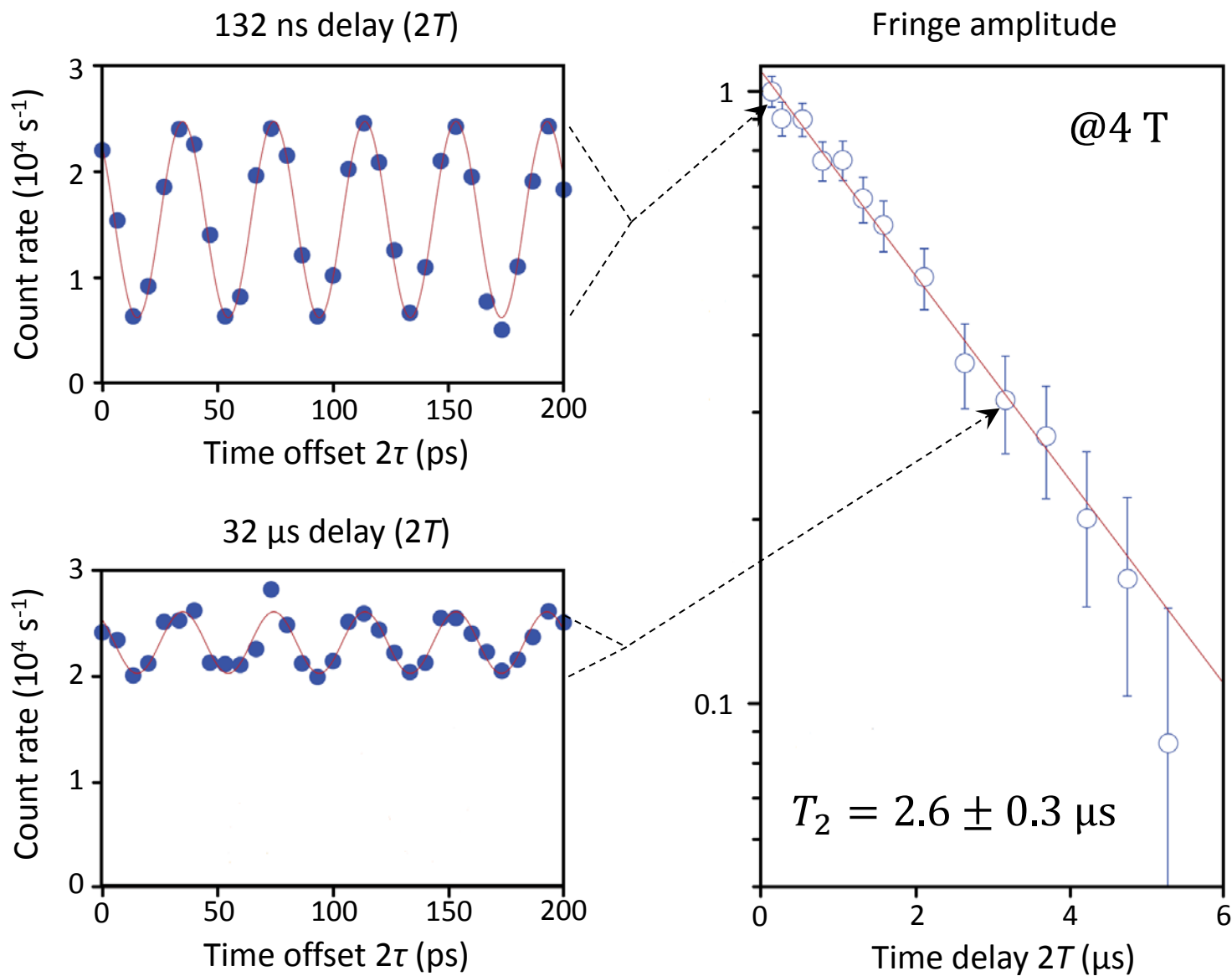
リフォーカス

$\pi/2$

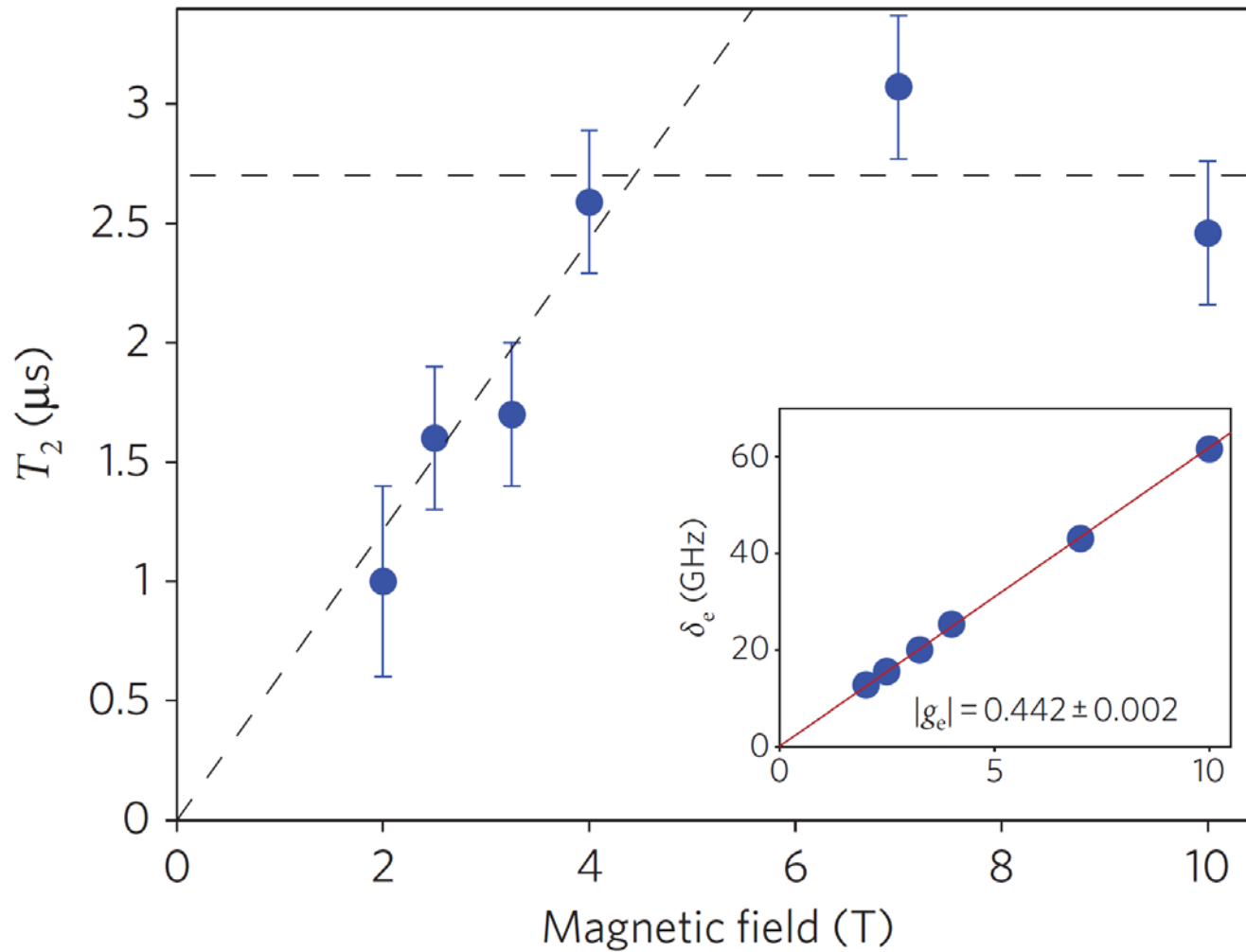


測定ごとの不均一性に起因する見かけの減衰 (数ns) を  
キャンセルしてコヒーレンス時間を測定する

# $T_2$ 測定



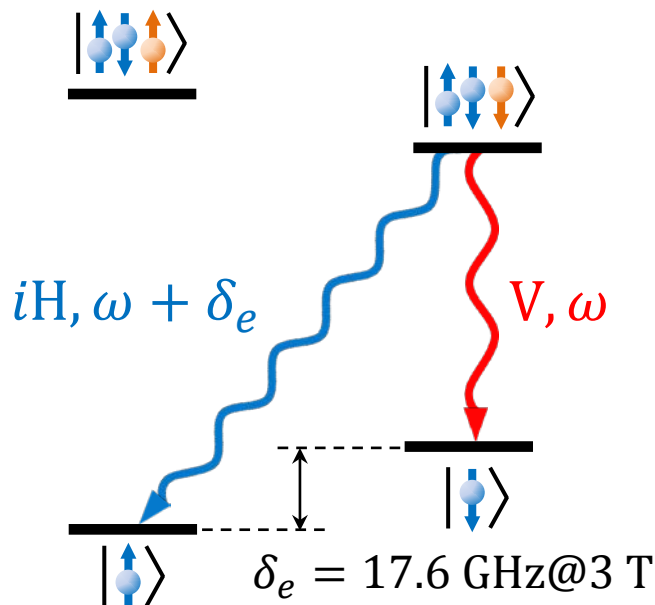
# $T_2$ の磁場依存性





# Communication: スピン-光子偏光量子もつれ

$$|\uparrow\rangle|iH\rangle + |\downarrow\rangle|V\rangle = i(|\leftarrow\rangle|\sigma^+\rangle + |\rightarrow\rangle|\sigma^-\rangle)$$



期待される相関  $P(\text{spin}|\text{pol.})$

	$\uparrow$	$\downarrow$		$\leftarrow$	$\rightarrow$
$H$	1	0	$\sigma^+$	1	0
$V$	0	1	$\sigma^-$	0	1

# 量子消去と高速検出

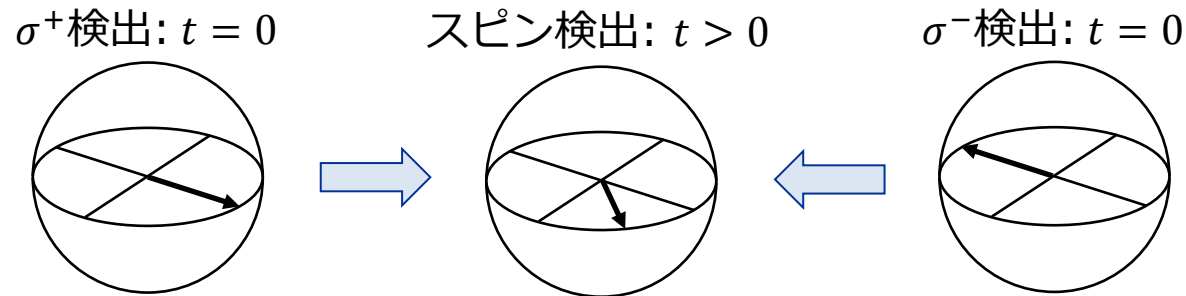
CATCH: スピンは光の偏光と波長の両方とエンタングルしている

$$|\uparrow\rangle|\underline{iH, \omega + \delta_e}\rangle + |\downarrow\rangle|\underline{V, \omega}\rangle$$

➡ 円偏光に射影されるとスピンは歳差運動を始める

$$|\sigma^\pm\rangle \leftrightarrow |\uparrow\rangle \mp e^{i\delta_e t} |\downarrow\rangle$$

➡ 検出器のタイミング分解能により  $t = 0$  の曖昧性が生じる

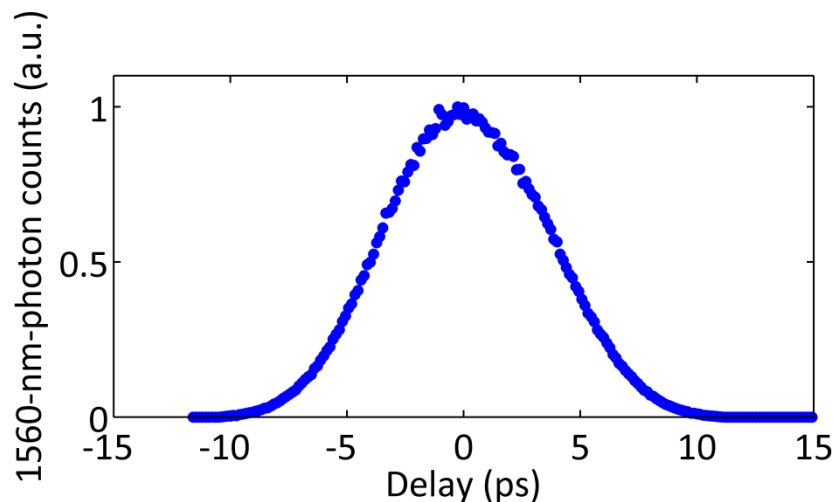
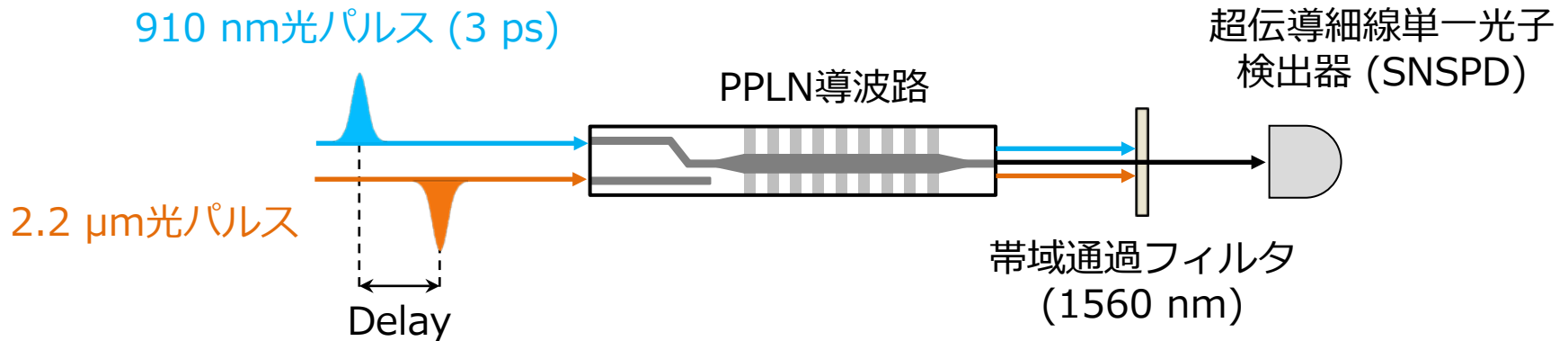


➡ 波長情報を消去するために歳差周期より十分高いタイミング分解能が必要 (量子消去)

# 高速下方変換技術

解決策: PPLN導波路と2.2  $\mu\text{m}$ 光パルスによるタイムゲート下方変換

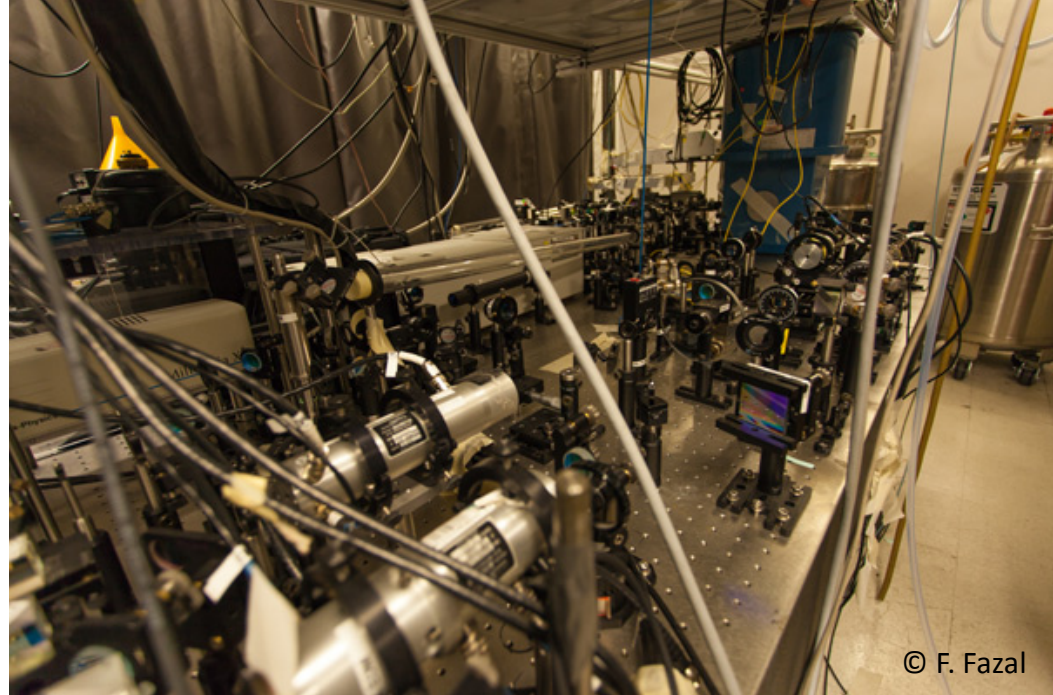
2光子が導波路に同時入射したときのみ波長変換される



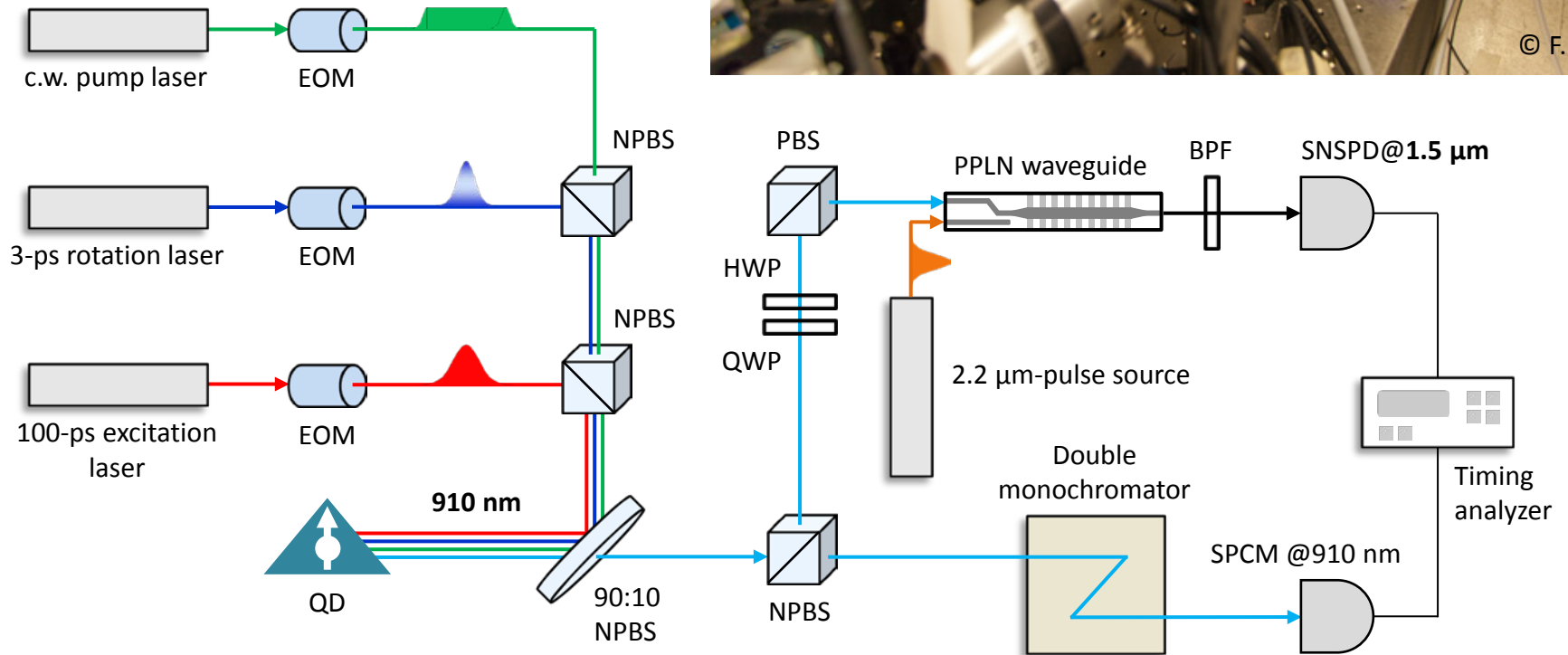
帯域 $\sim 100$  GHzで量子消去可能

910 nm単一光子レベルでも動作確認

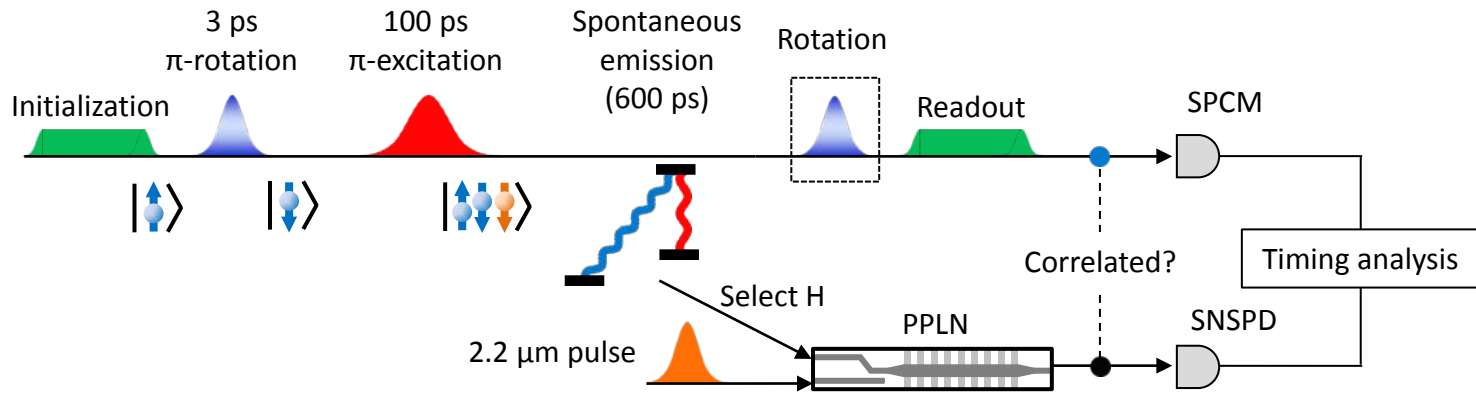
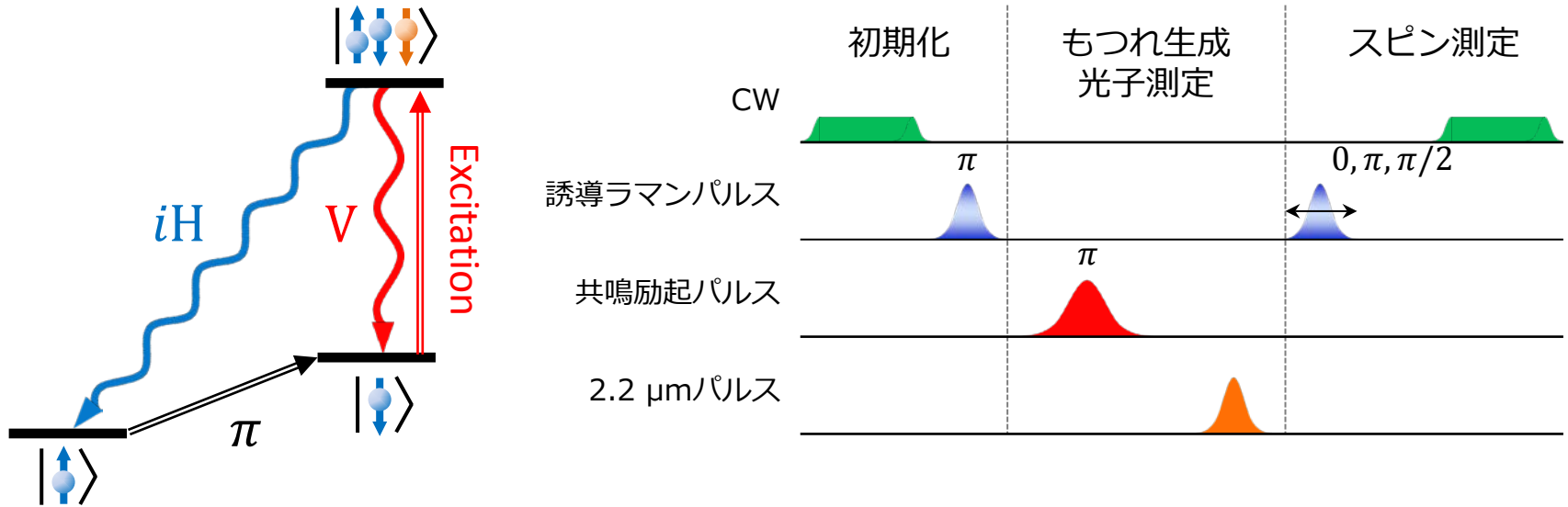
# セットアップ



© F. Fazal

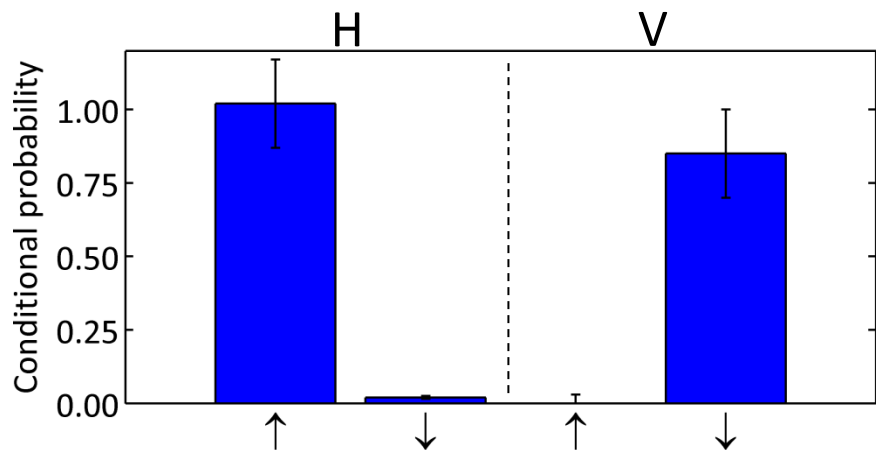


# 実験プロトコル

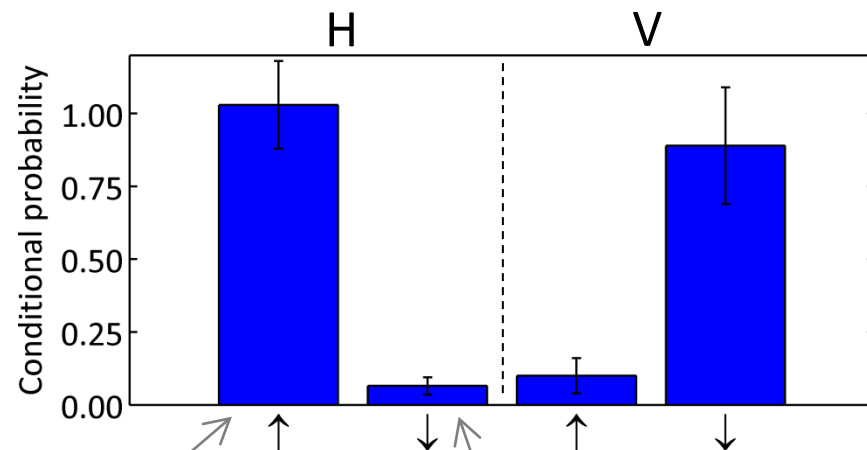


# 相関測定 (I)

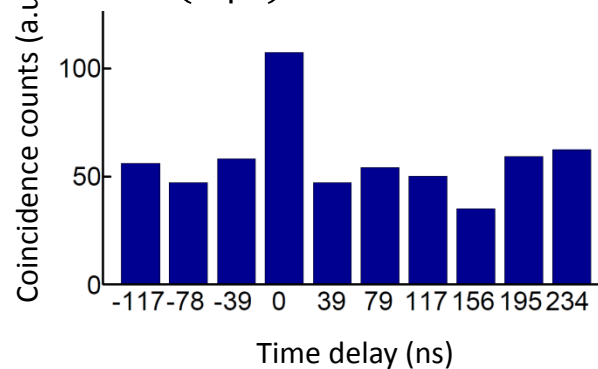
900 nmでの検出



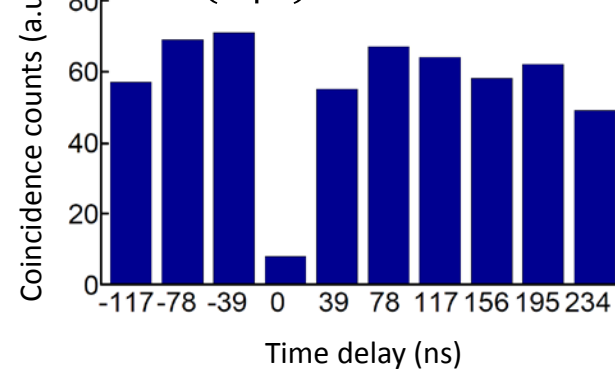
1.5 μmでの検出



$$P(\uparrow | H) = 1.03 \pm 0.15$$



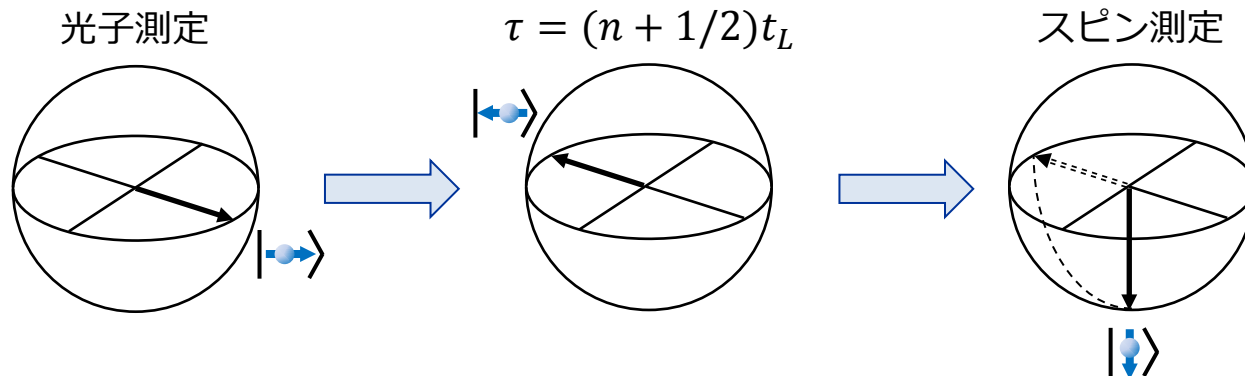
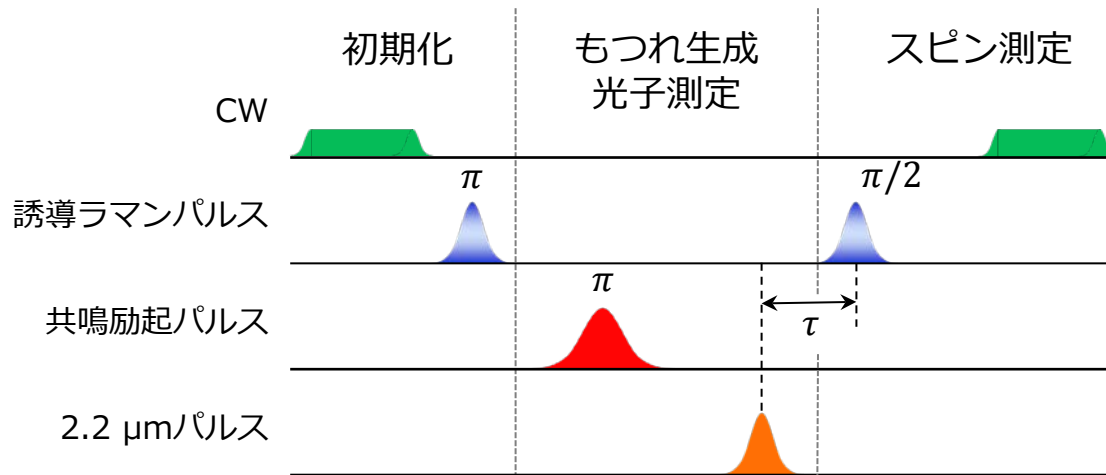
$$P(\downarrow | H) = 0.065 \pm 0.03$$



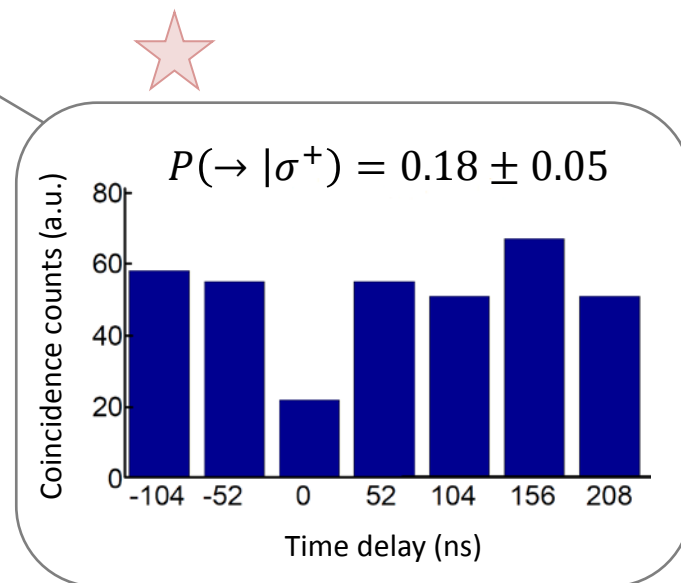
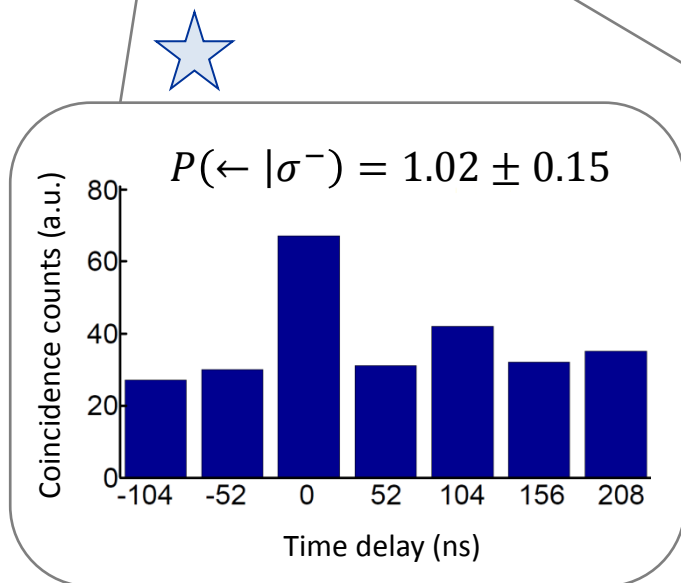
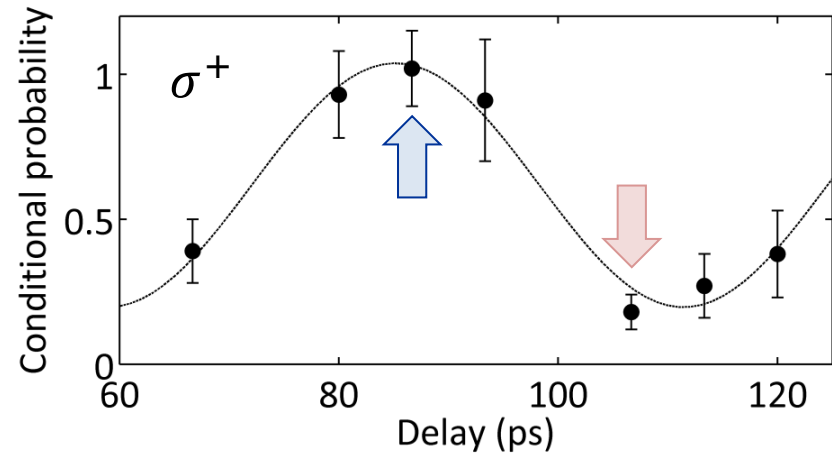
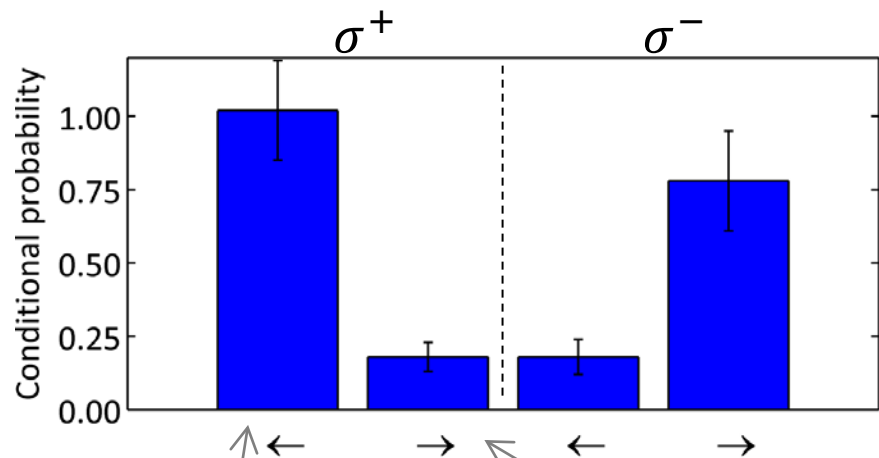
# 相関測定 (II)

$P(\rightarrow |\sigma^\pm), P(\leftarrow |\sigma^\pm)$ の測定: スピン基底の変換が必要

➡  $\tau = nt_L$  or  $(n + 1/2)t_L$ のタイミングで $\pi/2$ パルス



# 相関測定 (II)





# 忠実度 (フィデリティ)

## 忠実度の下限の見積り

$$F \equiv \langle \Psi_{ME} | \rho | \Psi_{ME} \rangle \geq F_I + F_{II}$$

$$F_I = \frac{1}{2} \left( \rho_{H\uparrow, H\uparrow} + \rho_{V\downarrow, V\downarrow} - 2\sqrt{\rho_{H\downarrow, H\downarrow} \rho_{V\uparrow, V\uparrow}} \right)$$

$$F_{II} = \frac{1}{2} \left( \rho_{\sigma^+\leftarrow, \sigma^+\leftarrow} - \rho_{\sigma^+\rightarrow, \sigma^+\rightarrow} + \rho_{\sigma^-\rightarrow, \sigma^-\rightarrow} - \rho_{\sigma^-\leftarrow, \sigma^-\leftarrow} \right)$$

$$\rho_{\Sigma\Pi, \Sigma\Pi} = \frac{1}{2} P(\Sigma|\Pi) \quad (\Sigma = H, V, \sigma^+, \sigma^- \quad \Pi = \uparrow, \downarrow, \rightarrow, \leftarrow)$$

➡  $F_I$ と $F_{II}$ はそれぞれ相関測定(I)と(II)から得られる

$$F \geq 0.8 \pm 0.085$$

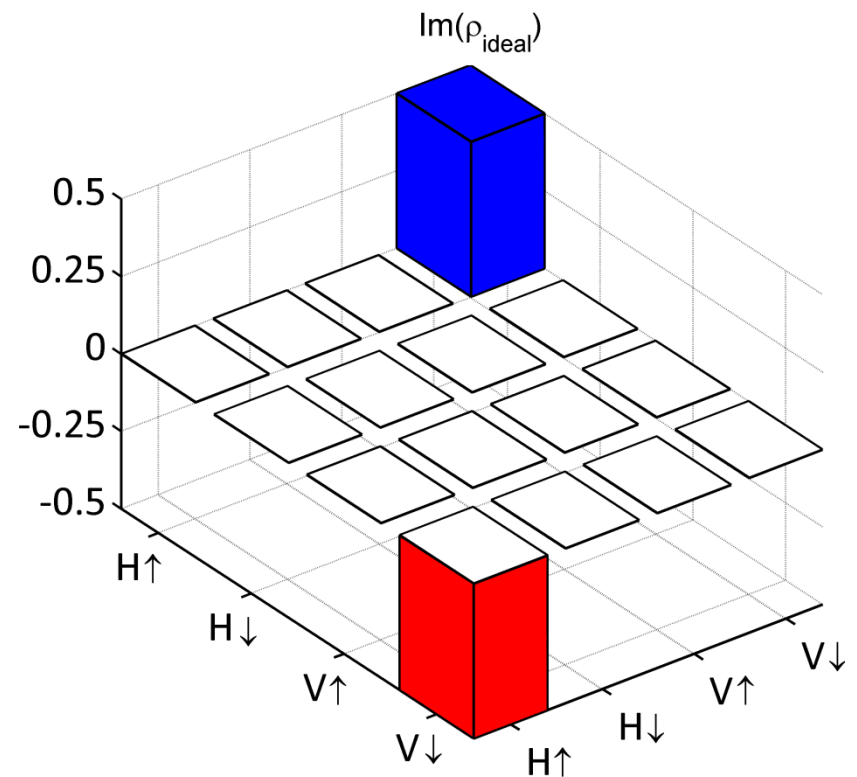
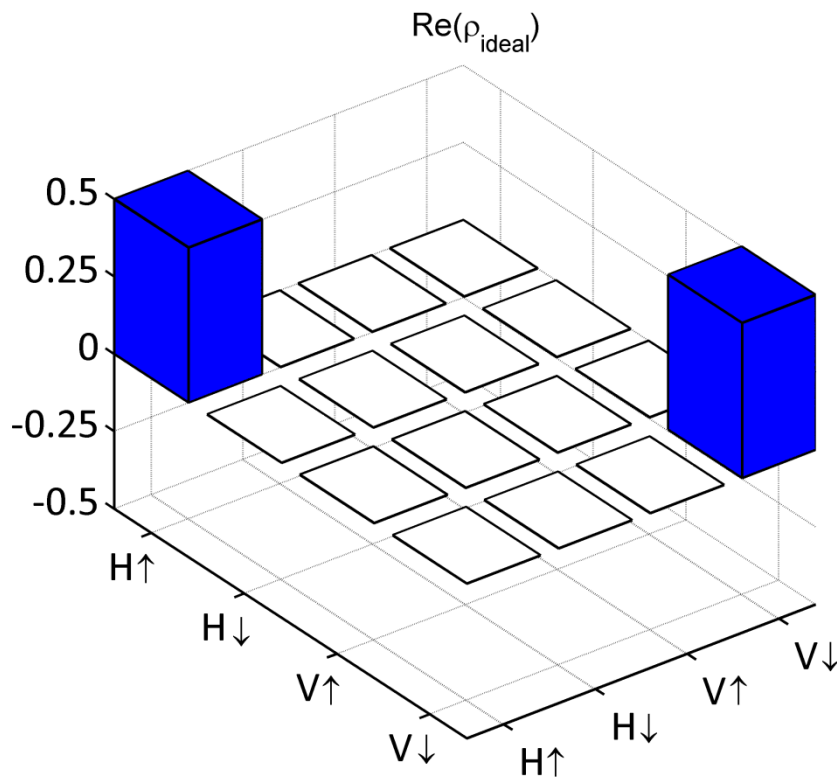
# 量子もつれの密度行列

## 純粋状態

$$|\Psi_{\text{ideal}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle|iH\rangle + |\downarrow\rangle|V\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\rho_{\text{ideal}} = |\Psi_{\text{ideal}}\rangle\langle\Psi_{\text{ideal}}|$$

$$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} i \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -i & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



# 密度行列の再構成 (I)

## 行列要素の計算

$$\rho_{\text{recon}} = \frac{1}{4} \sum_{i,j} r_{ij} \sigma_i \otimes \sigma_j \quad \longleftrightarrow \quad r_{ij} = \text{Tr}(\rho_{\text{recon}} \sigma_i \otimes \sigma_j)$$

### 線形独立な基底の組

(最低15組必要)

$$P(\uparrow | H), P(\downarrow | H), P(\uparrow | V), P(\downarrow | V)$$

$$P(\leftarrow_X | H), P(\rightarrow_Y | H), P(\leftarrow_X | V), P(\rightarrow_Y | V)$$

$$P(\leftarrow_X | \sigma^+), P(\rightarrow_Y | \sigma^+), P(\uparrow | \sigma^+), P(\downarrow | \sigma^+)$$

$$P(\leftarrow_X | D^+), P(\leftarrow_Y | D^+), P(\uparrow | D^+), P(\downarrow | D^+)$$

### 計算例

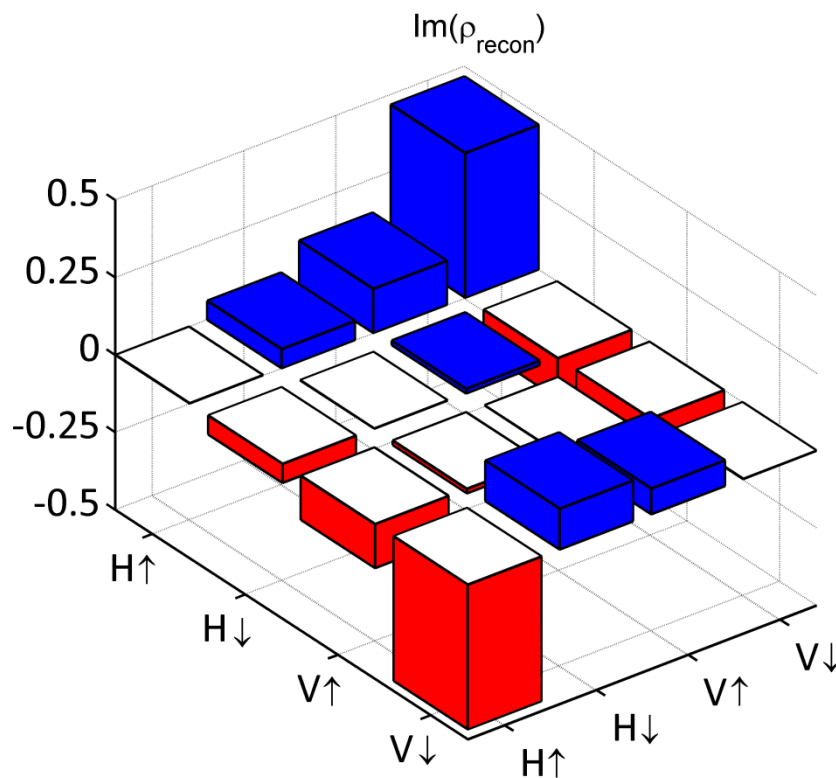
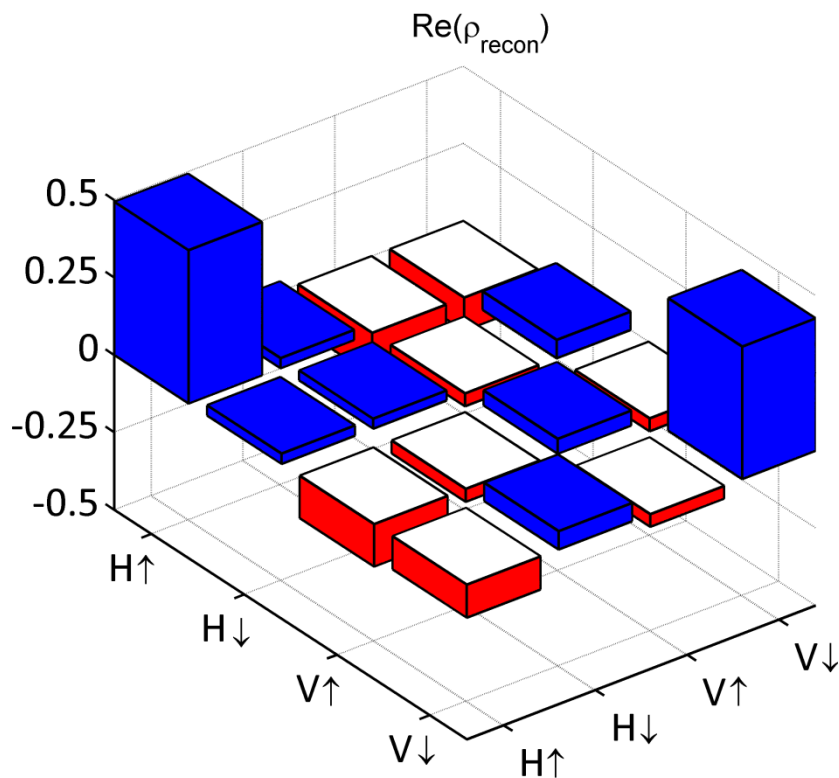
$$\begin{aligned} \sigma_0 \otimes \sigma_X &= (|\uparrow\rangle\langle\uparrow| + |\downarrow\rangle\langle\downarrow|) \otimes (|H\rangle\langle V| + |V\rangle\langle H|) \\ &= (|\uparrow\rangle\langle\uparrow| + |\downarrow\rangle\langle\downarrow|) \otimes (2|D^+\rangle\langle D^+| - |H\rangle\langle H| - |V\rangle\langle V|) \end{aligned}$$

$$r_{01} = 2\rho_{D^+\uparrow, D^+\uparrow} + 2\rho_{D^+\downarrow, D^+\downarrow} - \rho_{H\uparrow, H\uparrow} - \rho_{H\downarrow, H\downarrow} - \rho_{V\uparrow, V\uparrow} - \rho_{V\downarrow, V\downarrow}$$

# 密度行列の再構成 (I)

$$\langle \Psi_{\text{ideal}} | \rho_{\text{recon}} | \Psi_{\text{ideal}} \rangle = 92.7\%$$

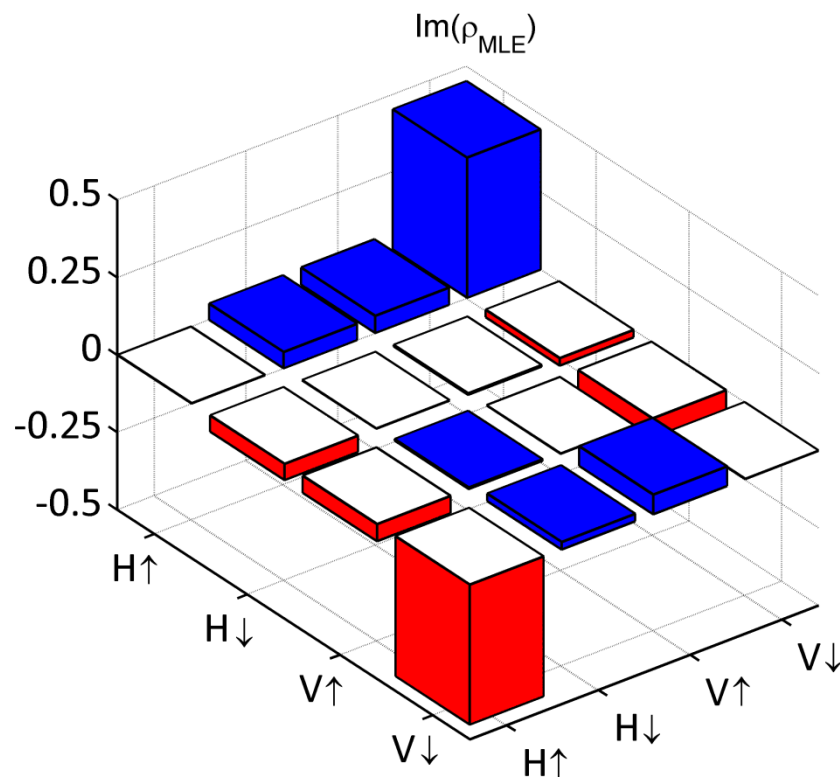
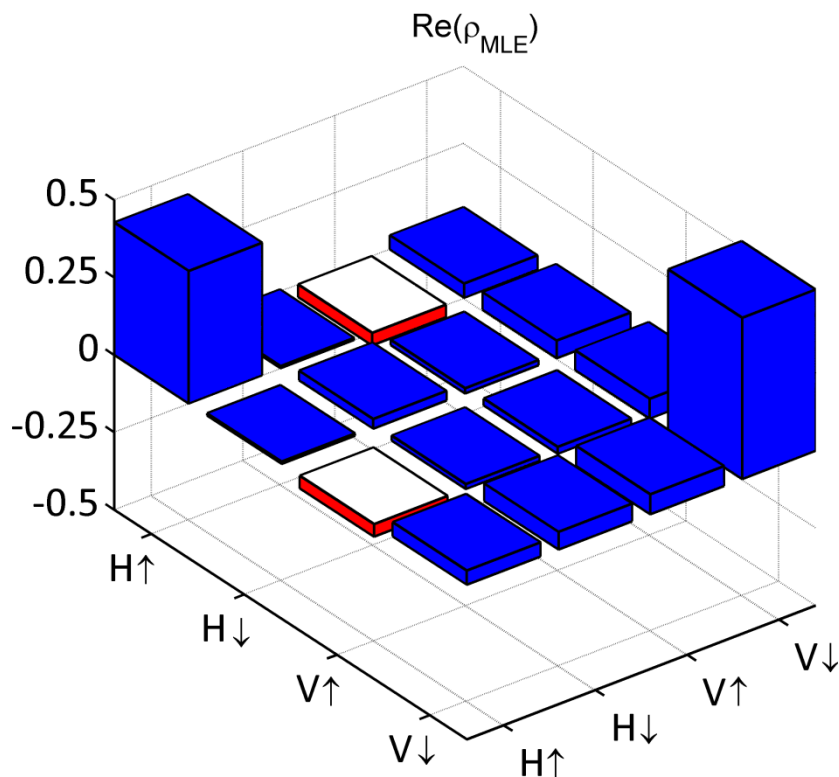
**問題点: 得られた密度行列が非物理的 (固有値の1つが負)**



# 密度行列の再構成 (II)

**最尤検定**  $\langle \Psi_{\text{ideal}} | \rho_{\text{MLE}} | \Psi_{\text{ideal}} \rangle = 92.1 \pm 3.2\%$

実験データから密度行列が非負のエルミート行列になるよう再構成



# 光制御QDにおける現状

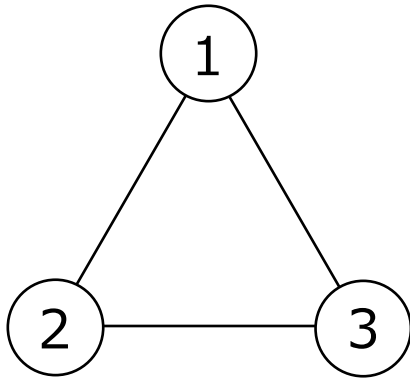
操作	原理	時間	フィデリティ /効率
初期化	光ポンピング	3 ns	98-99 %
読み出し			0.1-1 %
1量子ビットゲート	誘導ラマンパルス ラーモア歳差運動	30 ps	98-99 %
コヒーレンス	光スピン・エコー	3 $\mu$ s	ゲート $10^5$ 回
スピン-光子量子もつれ	荷電励起子状態からの自然放出	600 ps	92 %

# 講義内容

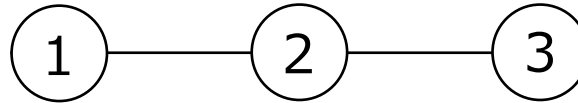
- 光学活性QDの物性
  - Qubit
- 量子力学
  - ブロッホ球, 量子もつれ etc
- 光制御QDスピンの現状
  - Control
  - Coherence
  - Communication
- 展望
  - Coupling

# Couplingの形態

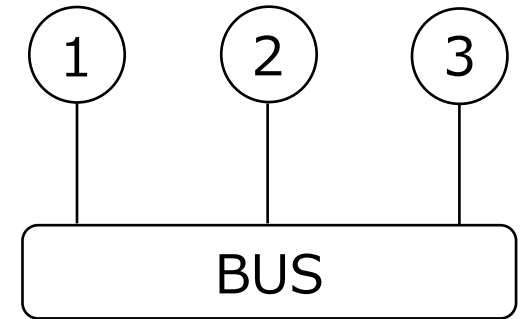
全結合型



最近接結合型



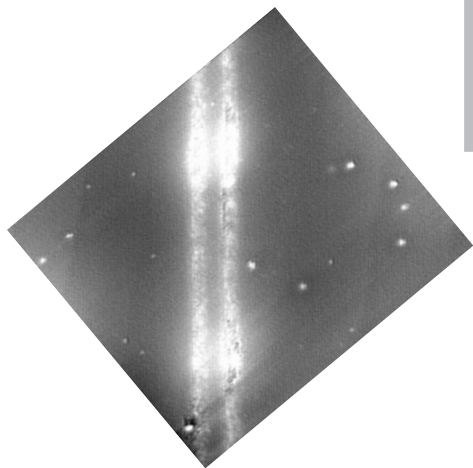
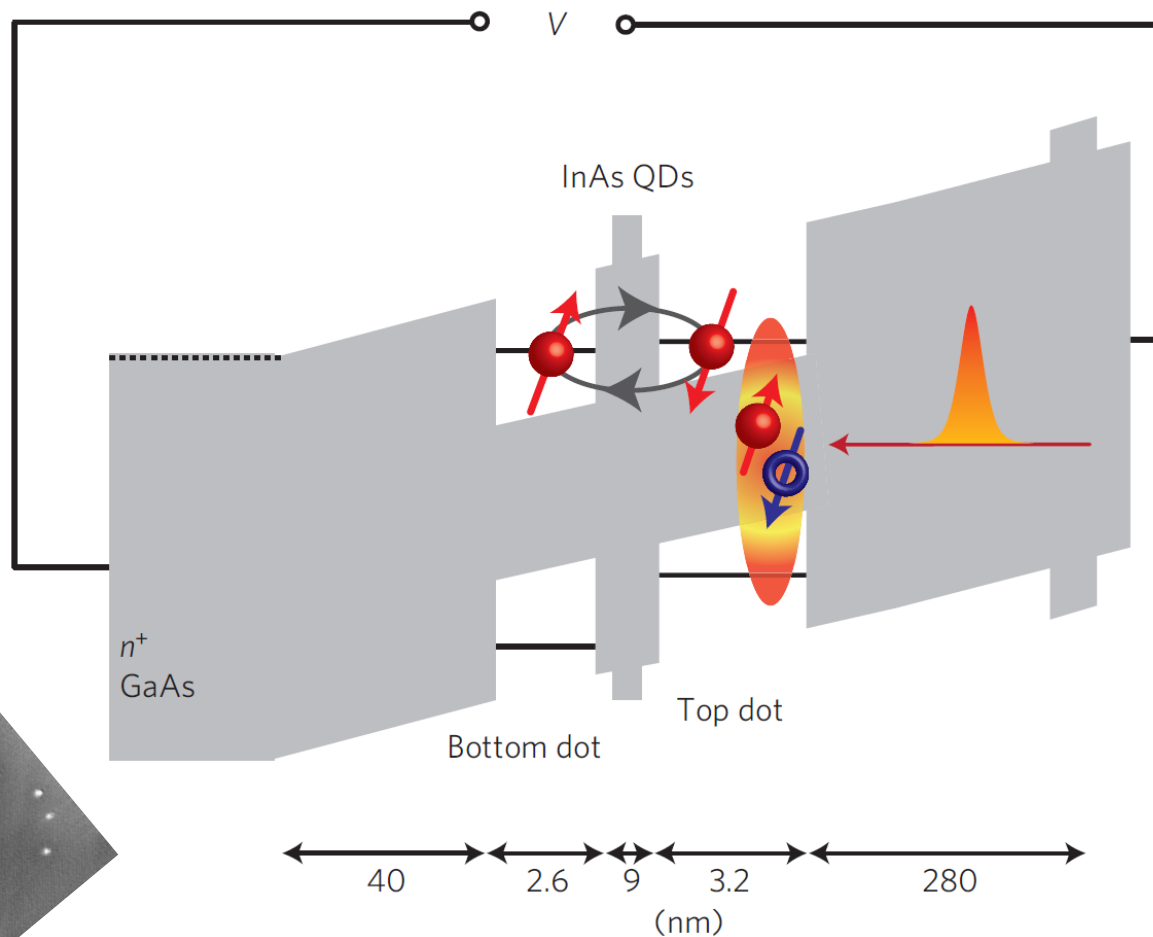
バス仲介型

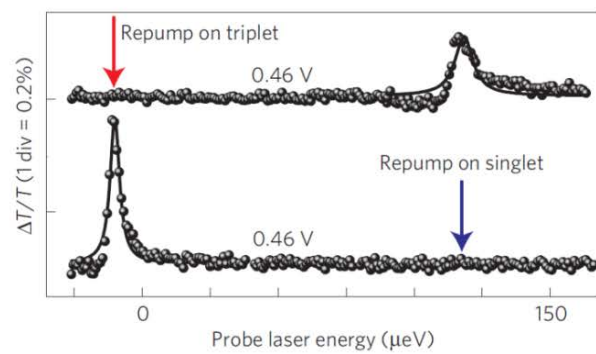
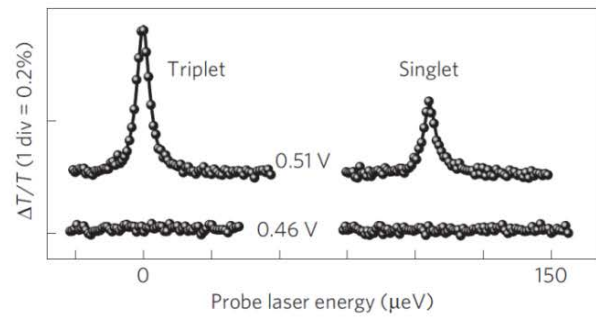
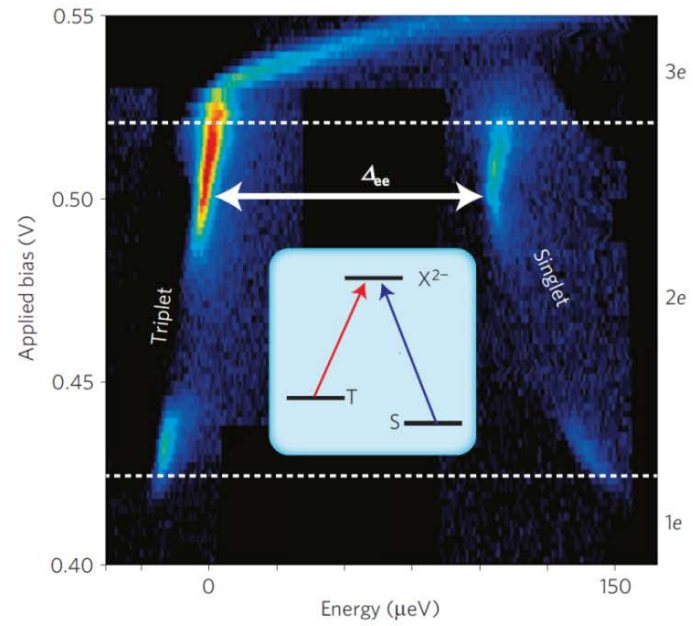
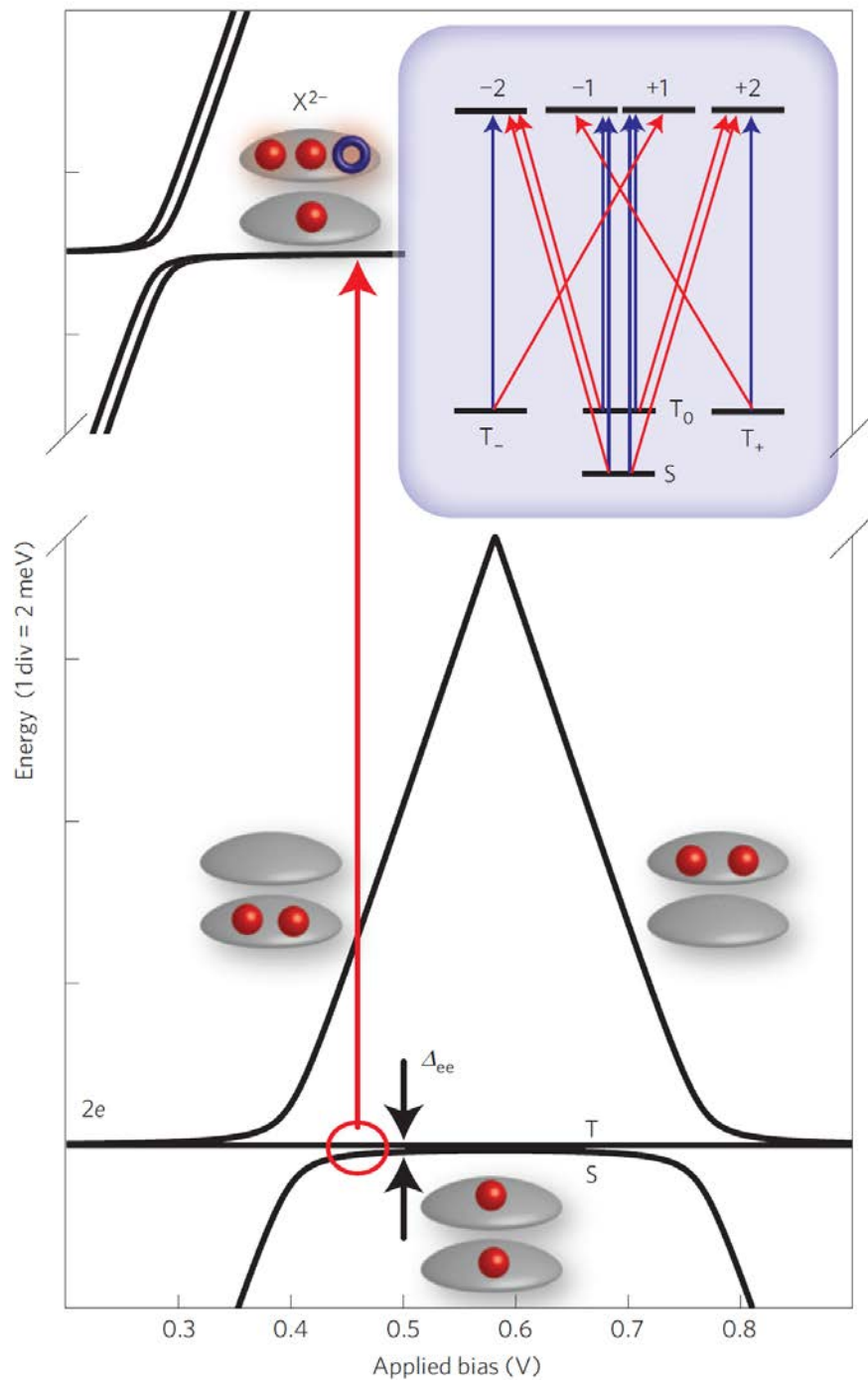


固体スピン系では「最近接結合型」がデフォルト

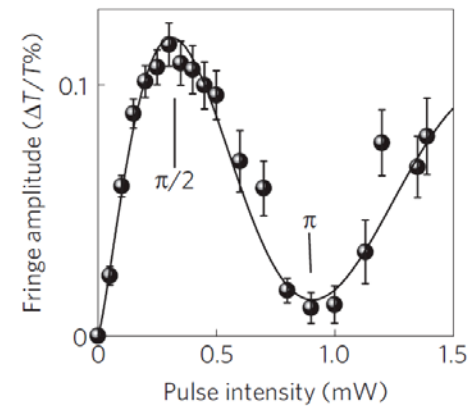
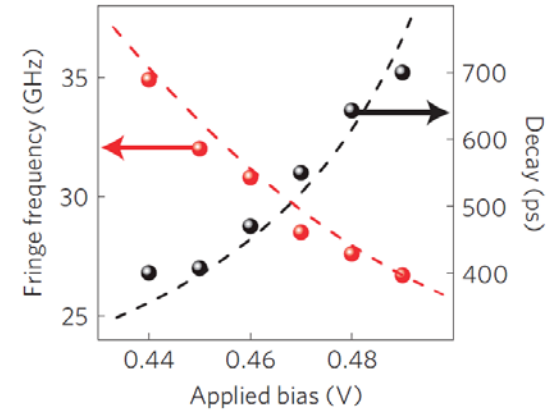
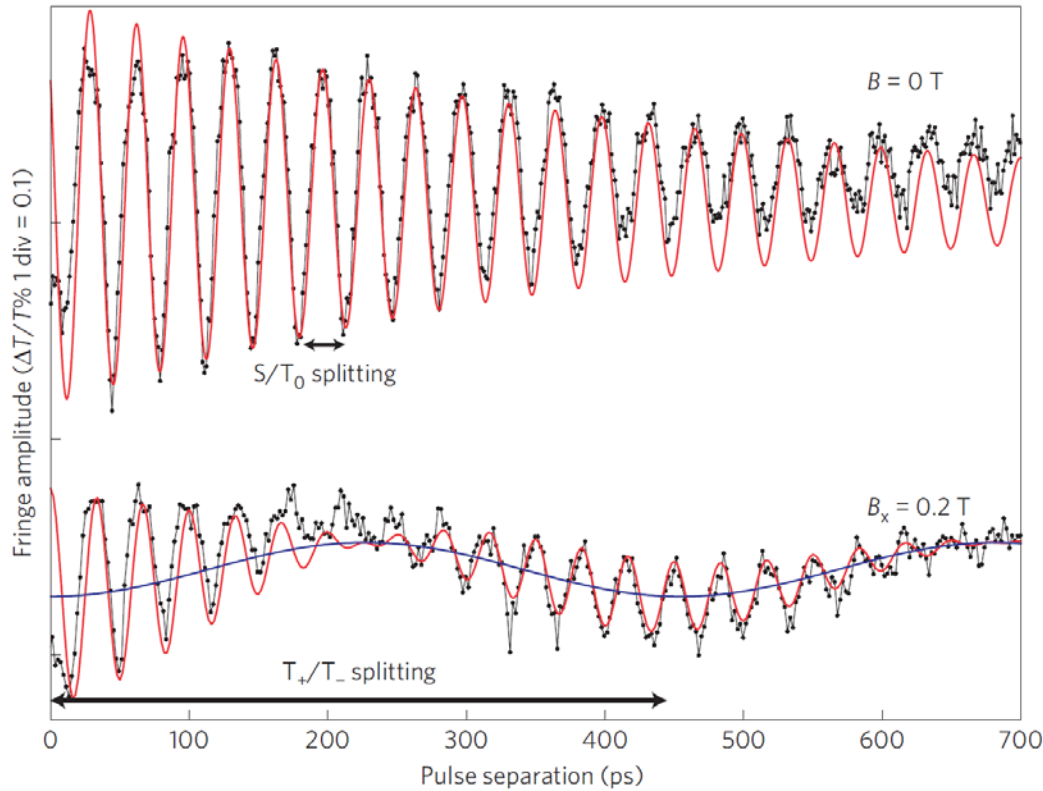
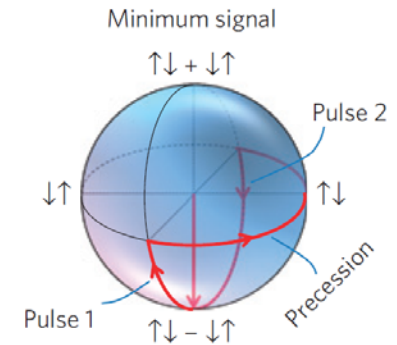
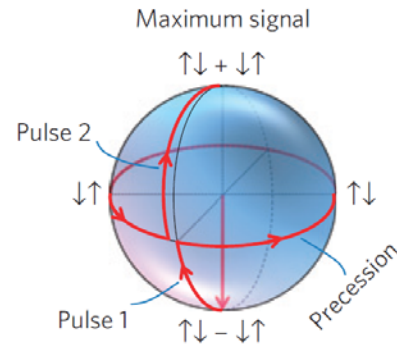
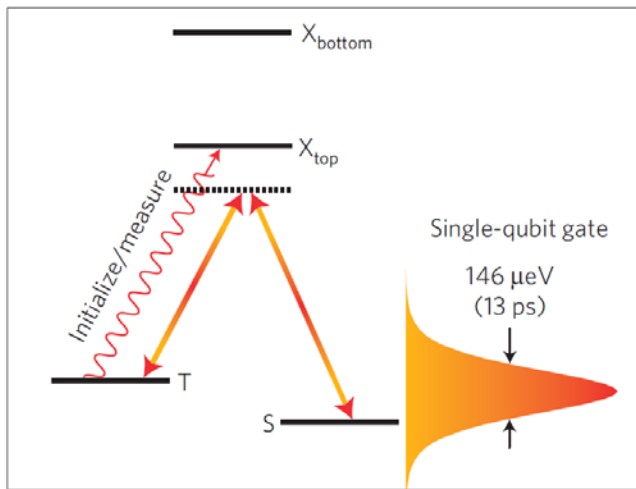


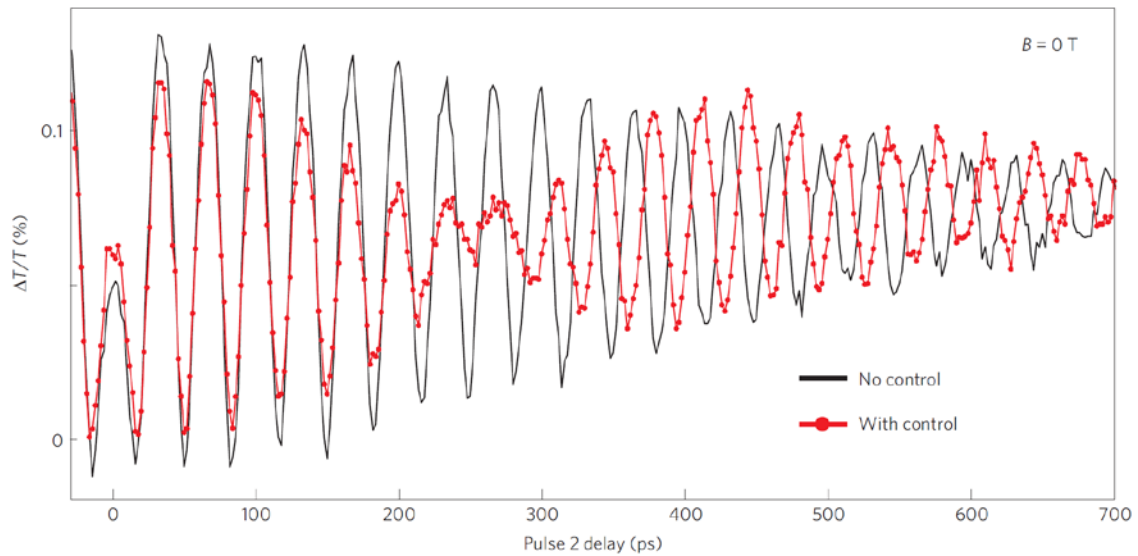
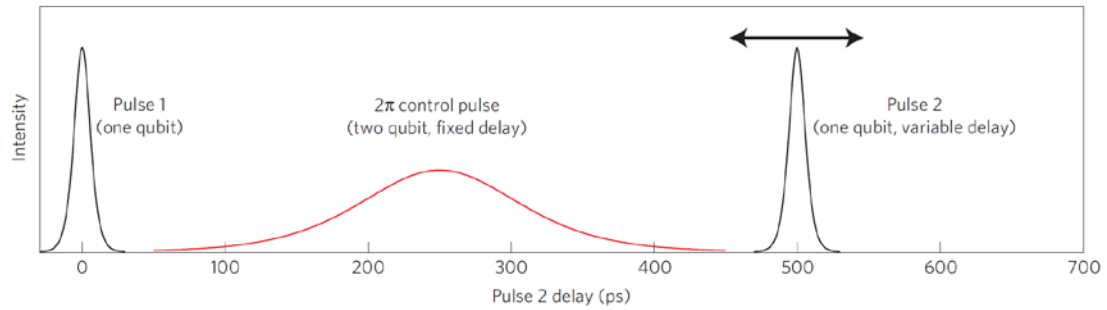
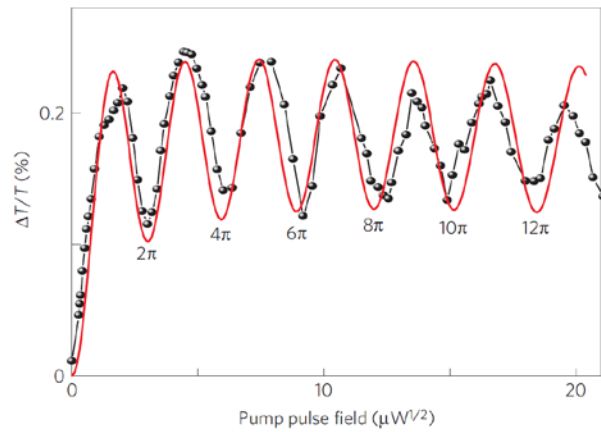
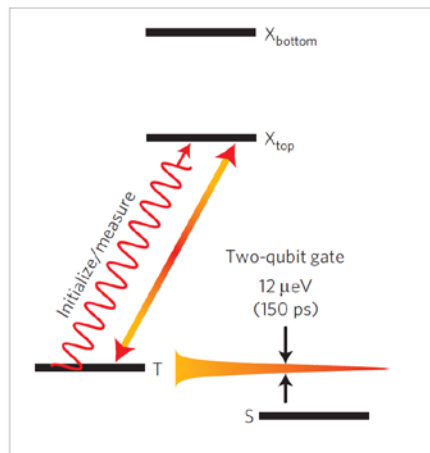
# トンネル結合QD分子 (NRL)





Nature Phys. 7, 223 (2011) Kim *et al.*



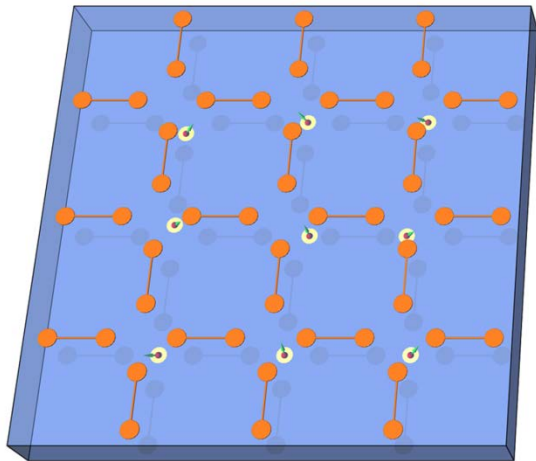


# 量子ビットの集積化

## 基本設計: 2次元正方格子

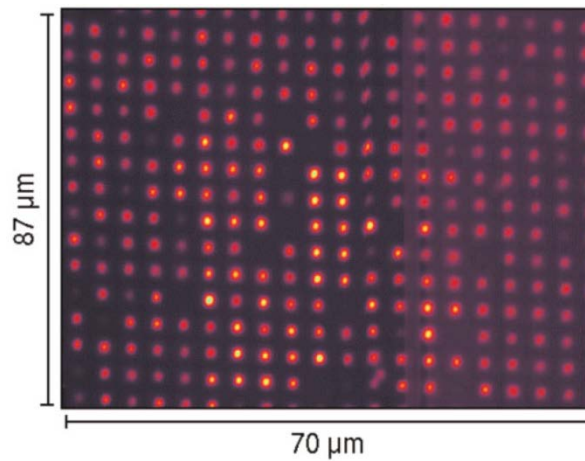
量子誤り訂正コードを実装可能

電気制御QD



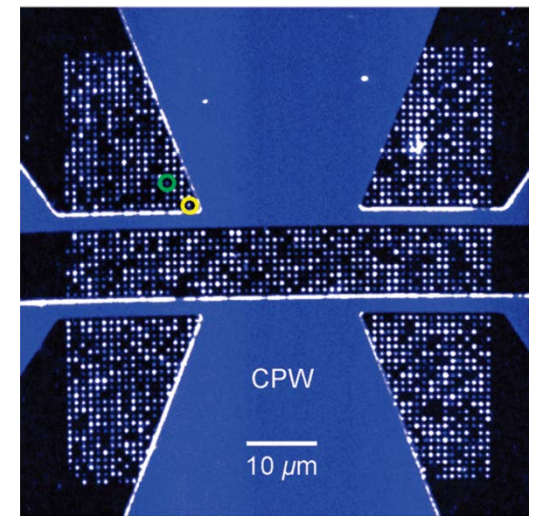
Phys. Rev. X **2**, 011006 (2012)  
Trifunovic *et al.*

光制御QD



Phys. Stat. Solidi A **209**, 2379 (2012)  
Schneider *et al.*

NV中心



Nano Lett. **10**, 3168 (2010)  
Toyli *et al.*

# 量子情報処理のための5C

- **Cubit**

- 光制御QDスピン

- **Control**

- 初期化, 1量子ビットゲート
- シングルショット読み出し

Nature **467**, 297 (2010) Vamivakas *et al.*

arXiv:1310.8529 Delteil *et al.*

- **Correctability**

- 誤り訂正閾値を超えればCoherence無限

- **Coupling**

- スケーラブルな2量子ビットゲート

- **Communication**

- スピン-光子量子もつれ
- 量子テレポーテーション
- スピン-スピン量子もつれ

Nature Commun. **4**, 2744 (2013) Gao *et al.*

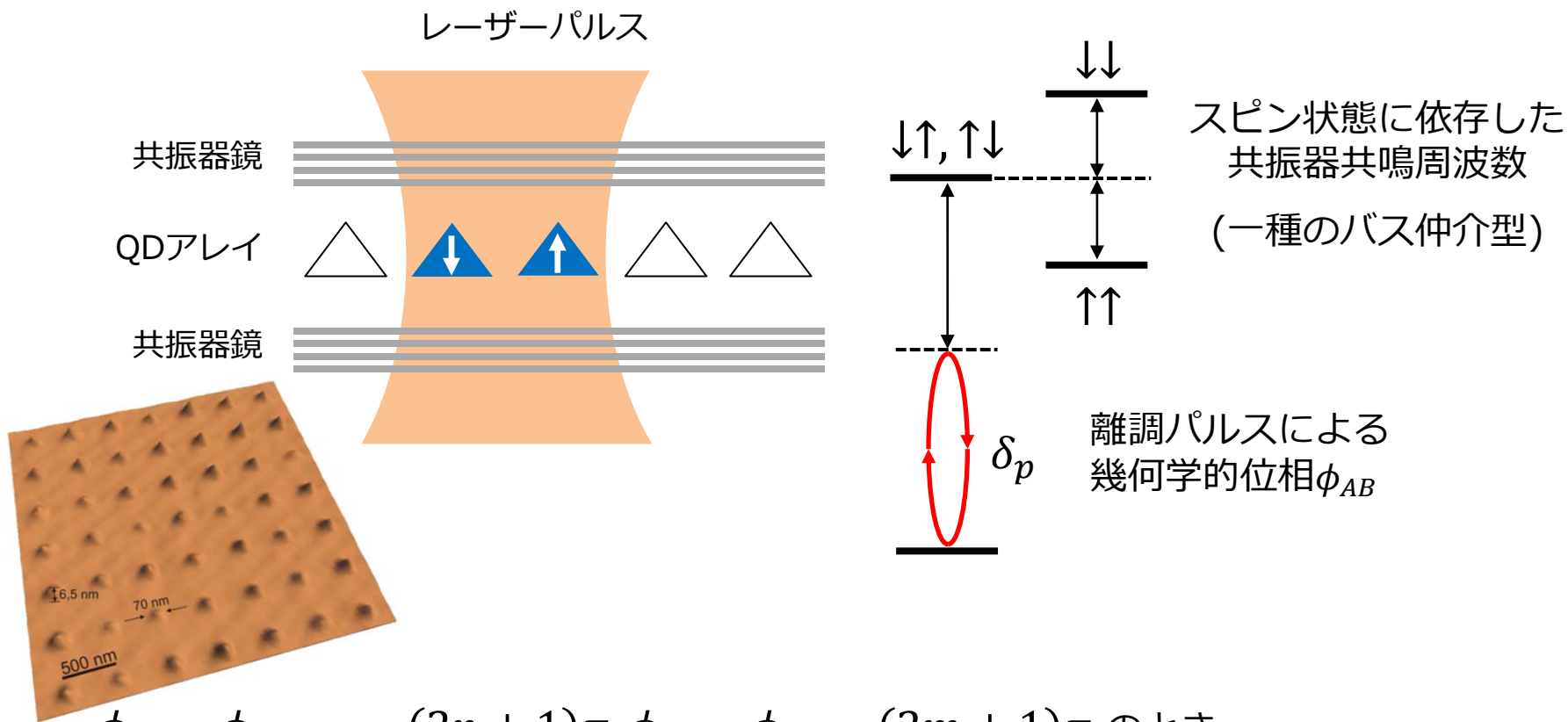
[NV center] Nature **497**, 86 (2013) Bernein *et al.*

# スケーラブルな2量子ビットゲート

## 求められる条件

- 最近接サイト間
- オン・オフ可能
- 確定的(deterministic)
- ある程度のサイト間距離を確保

# 光制御QDにおける提案



$$\phi_{\downarrow\downarrow} - \phi_{\uparrow\downarrow(\downarrow\uparrow)} = (2n + 1)\pi, \phi_{\downarrow\downarrow} - \phi_{\uparrow\uparrow} = (2m + 1)\pi \text{ のとき}$$

$$\text{制御位相ゲート: } |\uparrow\uparrow\rangle + |\uparrow\downarrow\rangle + |\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\downarrow\rangle \Rightarrow |\uparrow\uparrow\rangle + |\uparrow\downarrow\rangle + |\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\downarrow\rangle$$

Phys. Rev. B **84**, 235307 (2011) Ladd *et al.*

Phys. Rev. B **85**, 241403 (2012) Puri *et al.*



# 参考文献

- 光制御QDスピンに関して
  - 固体物理2013年11月号 (特集号: 量子コンピューターへの道)  
「光制御量子ドットスピンを用いた量子情報処理システムの現状と展望」 山本, 阿部
  - 光技術コンタクト2013年5月号 (特集: 量子暗号技術)  
「量子中継と量子ドットスピン-光子間量子もつれ」 阿部
- 量子情報全般に関して
  - “Quantum Computation and Quantum Information”  
Nielsen & Chuang (Cambridge University Press)

