

# 半導体量子ドットの物理

阿部 英介

慶應義塾大学スピントロニクス研究センター

応用物理情報特別講義A

2018年度春学期後半 金曜4限@14-202

# 参考書

- W. G. van der Wiel *et al.*
  - **“Electron transport through double quantum dots”**  
Rev. Mod. Phys. **75**, 1 (2003)
- R. Hanson *et al.*
  - **“Spins in few-electron quantum dots”**  
Rev. Mod. Phys. **79**, 1217 (2007)
- F. Zwanenburg *et al.*
  - **“Silicon quantum electronics”**  
Rev. Mod. Phys. **85**, 961 (2013)

# 講義内容

- 単一量子ドットの伝導とスピン
  - クーロンダイヤモンド
  - 単一スピン単発読み出し
- 直列二重量子ドットの伝導とスピン
  - スタビリティダイヤグラム
  - スピンブロッケイド

# 講義内容

- **単一量子ドットの伝導とスピン**
  - クーロンダイヤモンド
  - 単一スピン単発読み出し
- 直列二重量子ドットの伝導とスピン
  - スタビリティダイヤグラム
  - スピンブロッケイド

# 金属超微粒子の理論

JOURNAL OF THE PHYSICAL SOCIETY OF JAPAN, Vol. 17, No. 6, JUNE, 1962

## Electronic Properties of Metallic Fine Particles. I.

Ryogo KUBO

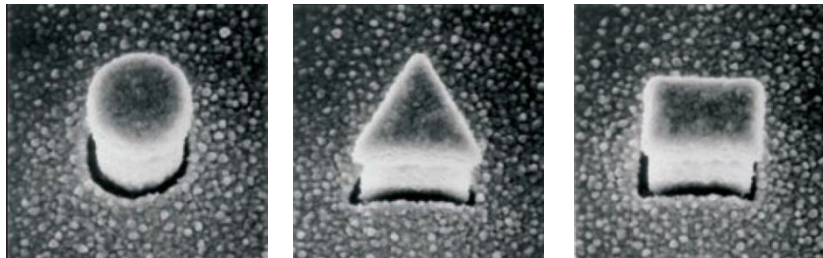
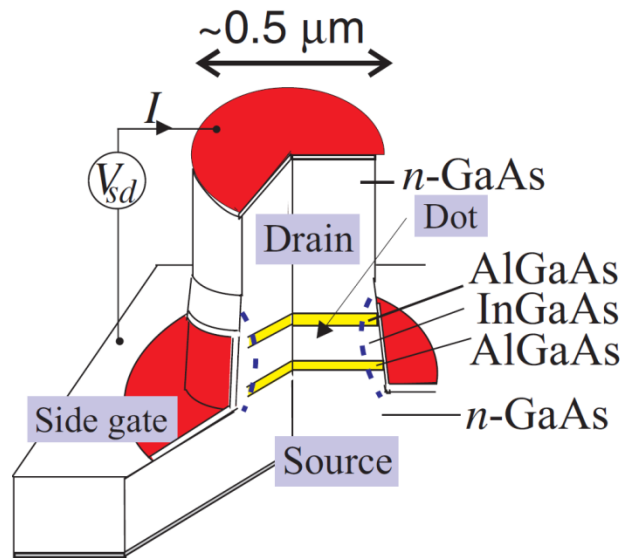
*Department of Physics University of Tokyo, Tokyo*

(Received February 28, 1962)

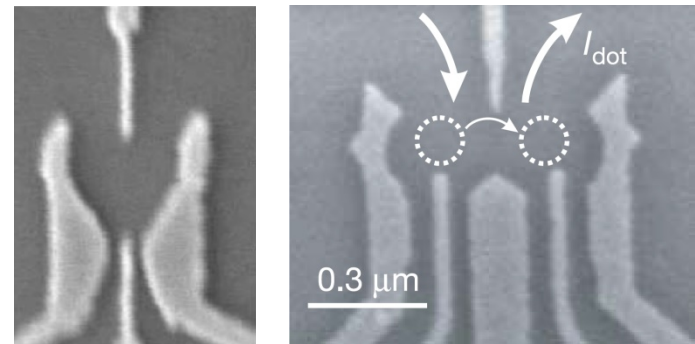
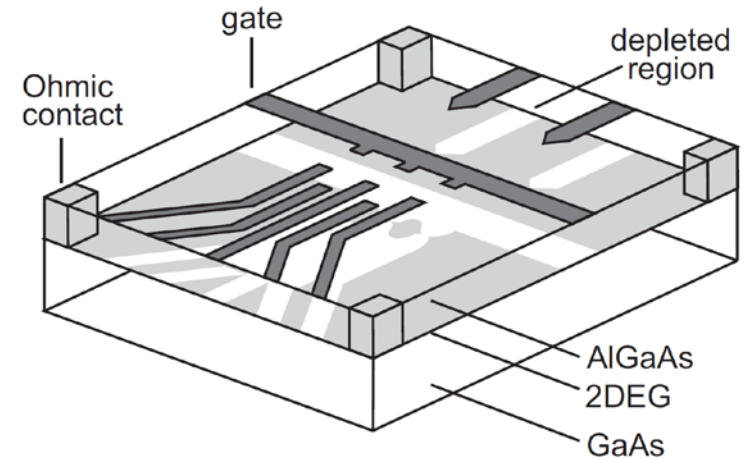
The level spacing of quantized electronic states becomes fairly large in very fine particles. For instance, it will be comparable to  $kT$  at  $T=1^\circ\text{K}$  if the linear dimension of a particle is  $50 \text{ \AA}$  or so. Thermal properties may show considerable deviations from the normal bulk values for such fine particles. The heat capacity will be reduced to about two-thirds and the paramagnetic susceptibility may be enhanced. Even more important effects are expected for relaxation processes. They are discussed briefly, but more detailed treatments will be given in a forthcoming paper.

# 半導体量子ドット

縦型(vertical)



横型(lateral)

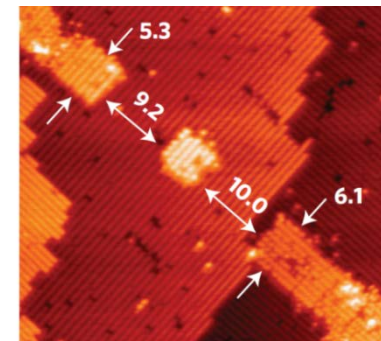
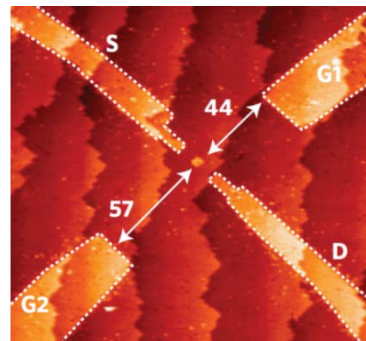
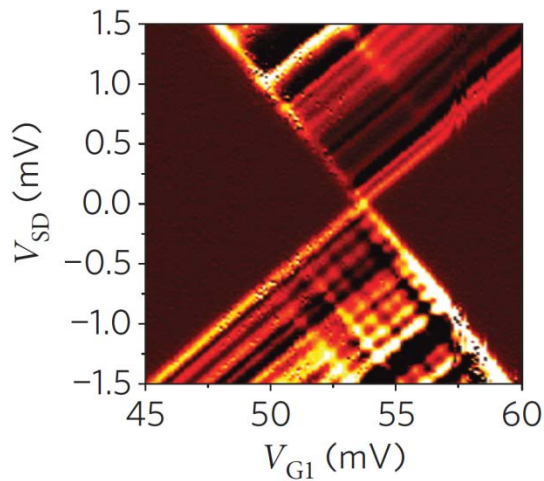
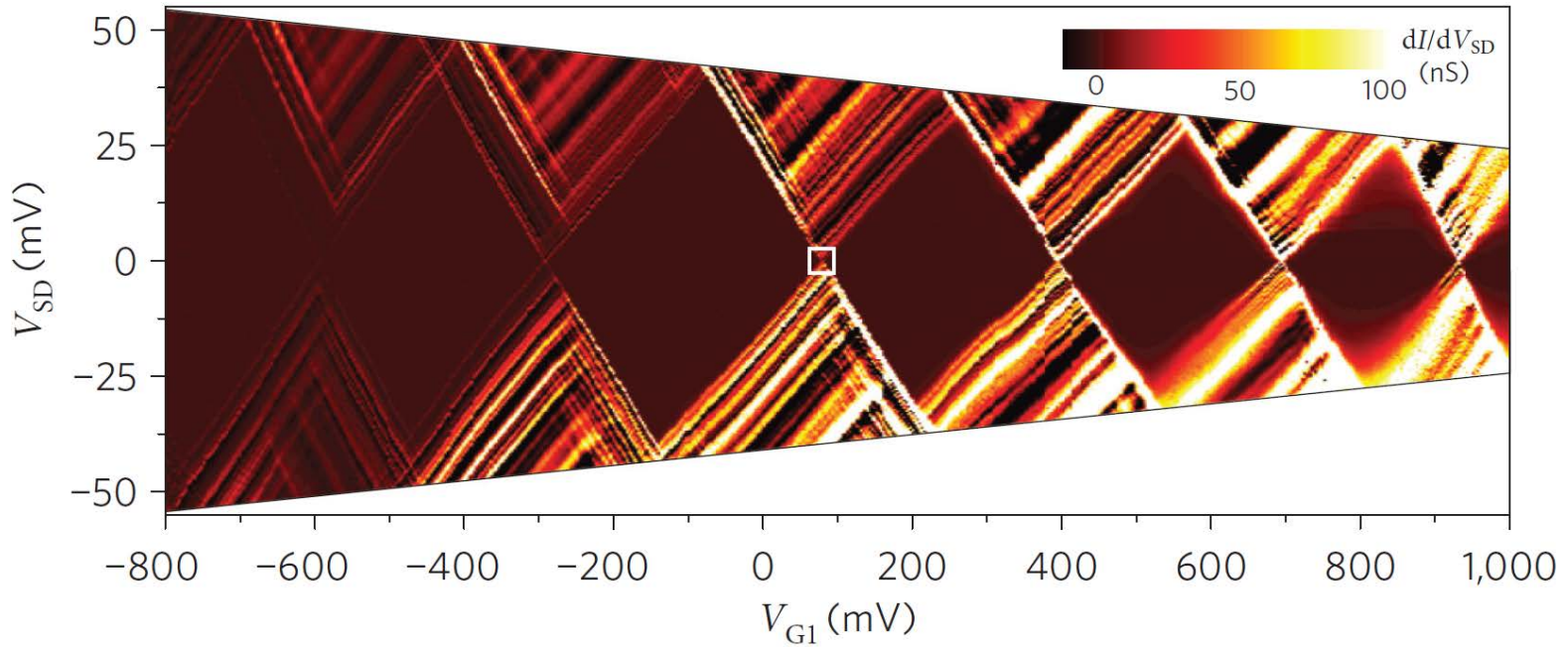


Rep. Prog. Phys. **64**, 701 (2001) Kouwenhoven *et al.*

Rev. Mod. Phys. **79**, 1217 (2007) Hanson *et al.*

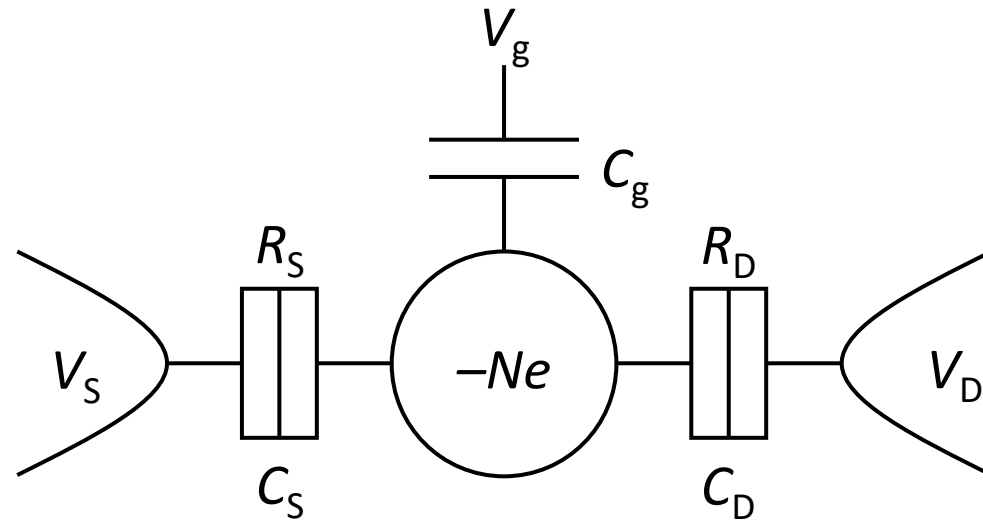
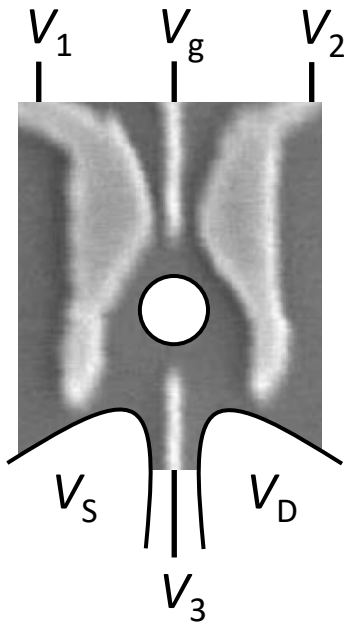
Phys. Rev. B **61**, 16315 (2000) Ciorga *et al.*

# 単一QDのクーロンダイヤモンド



# 定相互作用モデル

(Constant interaction)



- QDをキャパシタ回路でモデル化
- QD内には $N$ 個の電子
- $V_{1,2,3}$ はドットが形成されたら固定( $C_{S/D}$ ,  $R_{S/D}$ に寄与)
- $V_g$ はQD準位の操作のみで電流は流れない(プランジャーゲート)



# 定相互作用モデル

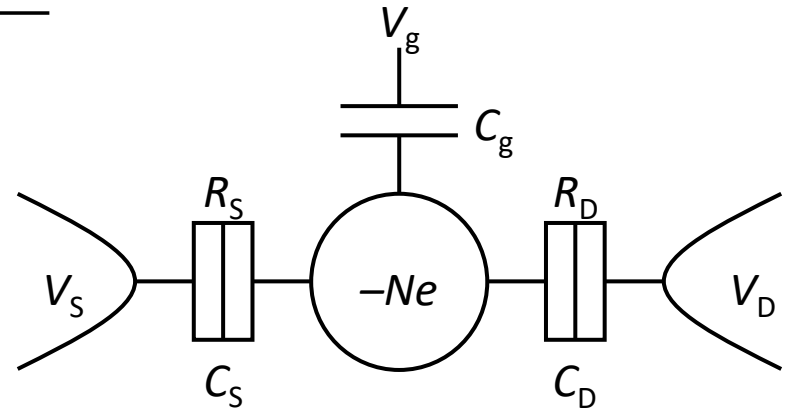
## QDの電荷 $Q$ と電圧 $V$

$$Q = -(N - N_0)e = C_S(V - V_S) + C_g(V - V_g) + C_D(V - V_D)$$

$$V = \frac{-(N - N_0)e + C_S V_S + C_g V_g + C_D V_D}{C_\Sigma}$$

$$C_\Sigma = C_S + C_g + C_D$$

$N_0$ : 背景正電荷の補償分



## 全エネルギー

$$U(N) = \frac{1}{2C_\Sigma} [-(N - N_0)e + C_S V_S + C_g V_g + C_D V_D]^2 + \sum_{n=1}^N E_n$$
$$= \frac{e^2}{2C_\Sigma} N^2 - \frac{e^2}{C_\Sigma} N N_0 - \frac{e}{C_\Sigma} N (C_S V_S + C_g V_g + C_D V_D) + E_N + \dots$$

# 定相互作用モデル

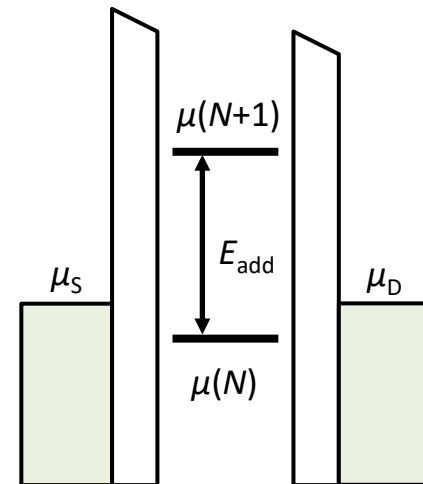
## 電気化学ポテンシャル

$$\begin{aligned}\mu(N) &= \frac{\partial U}{\partial N} \equiv U(N) - U(N-1) \\ &= \frac{e^2}{C_\Sigma} \left( N - N_0 - \frac{1}{2} \right) - \frac{e}{C_\Sigma} (C_S V_S + C_g V_g + C_D V_D) + E_N\end{aligned}$$

## 付加(addition)エネルギー

$$E_{\text{add}}(N) = \mu(N+1) - \mu(N) = E_C + \Delta E$$

$$E_C = \frac{e^2}{C_\Sigma} : \text{帯電エネルギー}$$

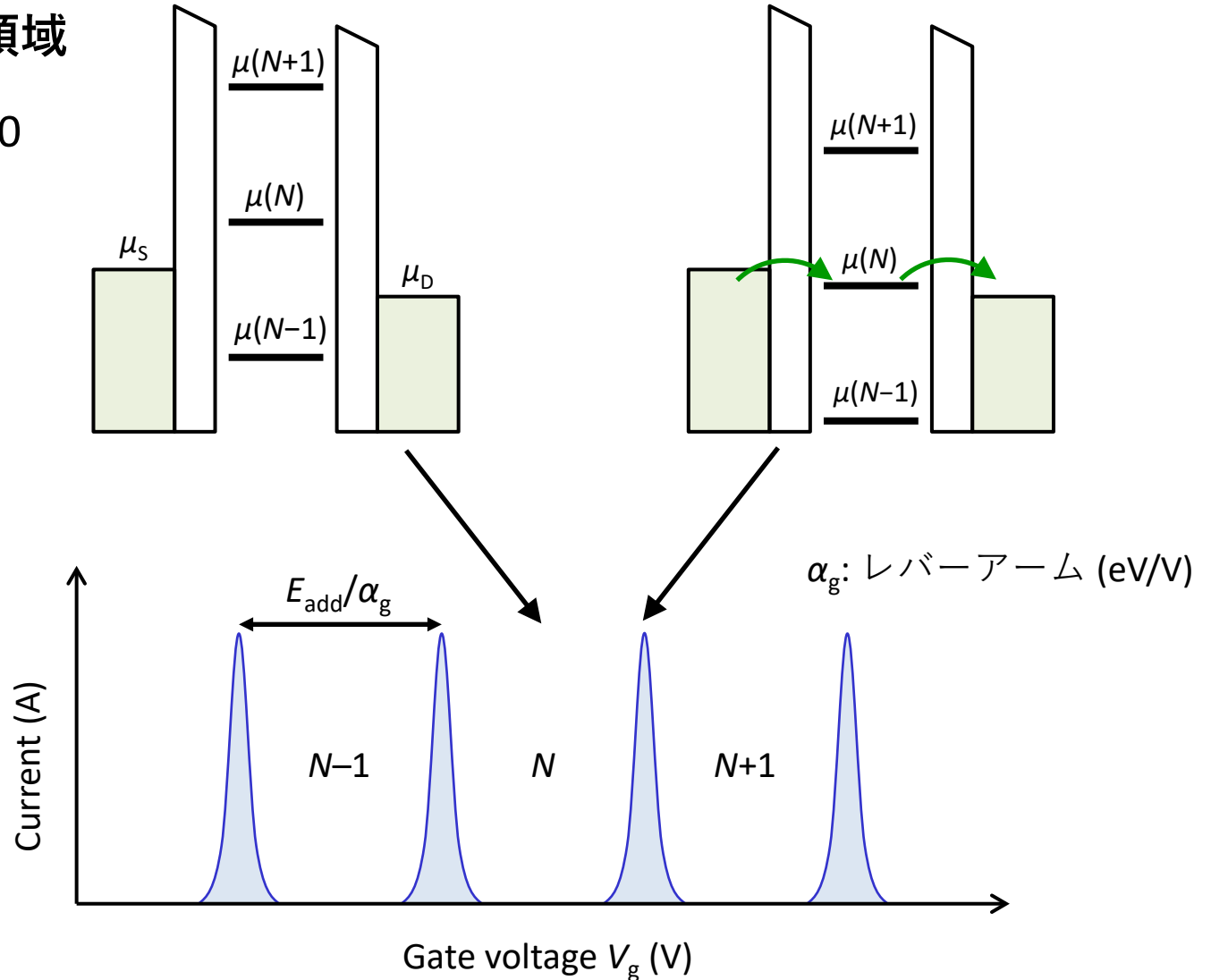


QD準位、ソース、ドレインの $\mu$ の  
相対位置で伝導を理解する

# クーロン振動

低バイアス領域

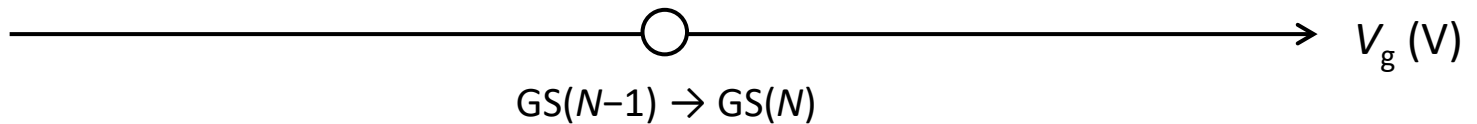
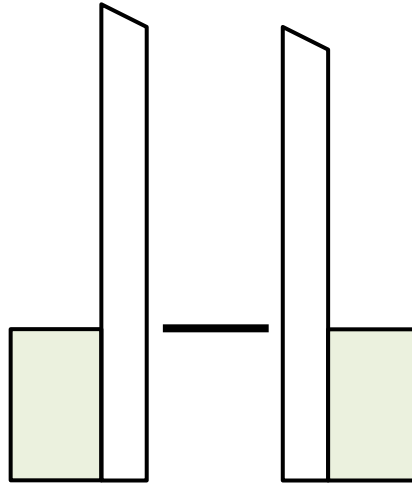
$$|\mu_S - \mu_D| \approx 0$$



# クーロンダイヤモンド

低バイアス領域

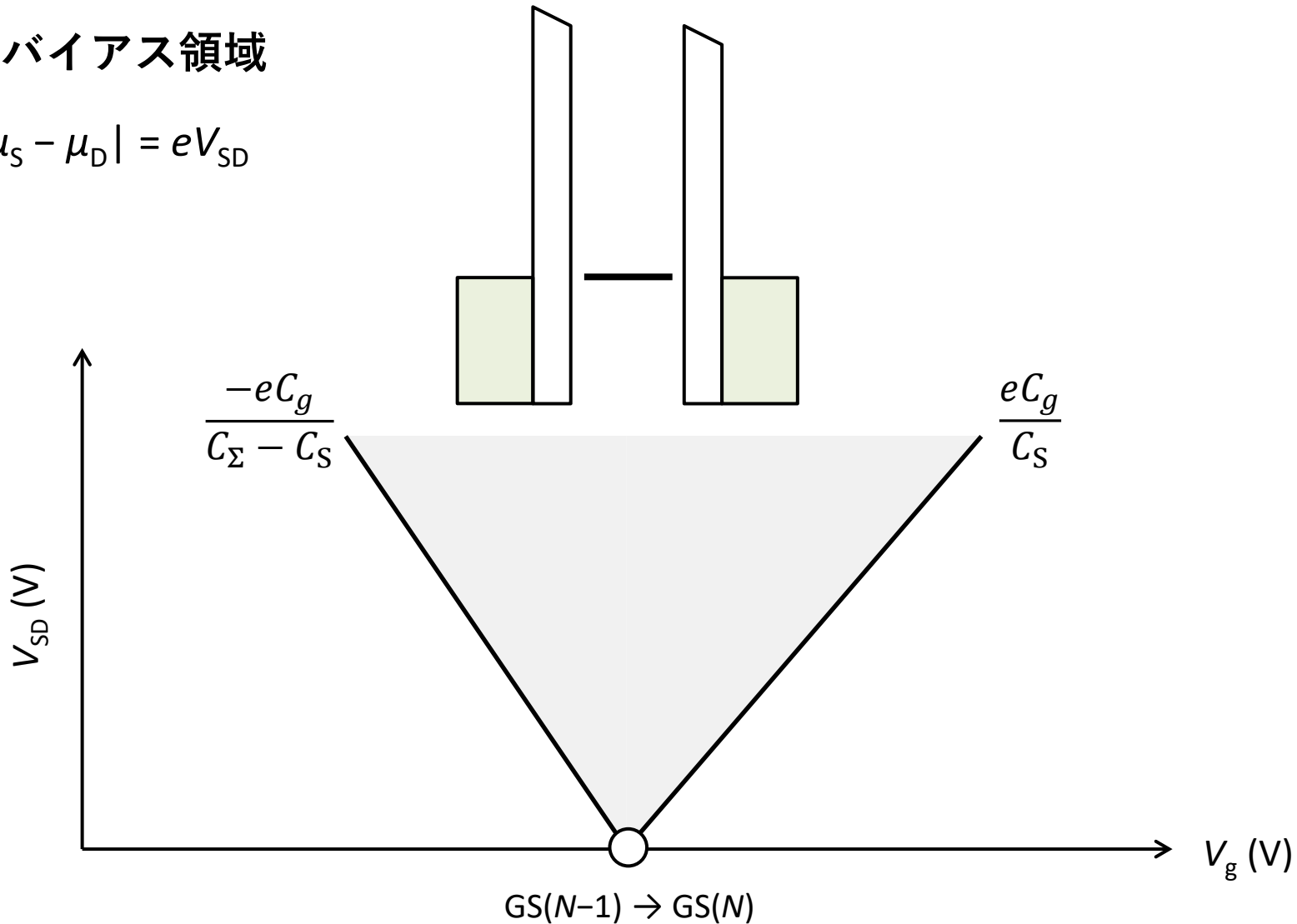
$$|\mu_S - \mu_D| \approx 0$$



# クーロンダイヤモンド

高バイアス領域

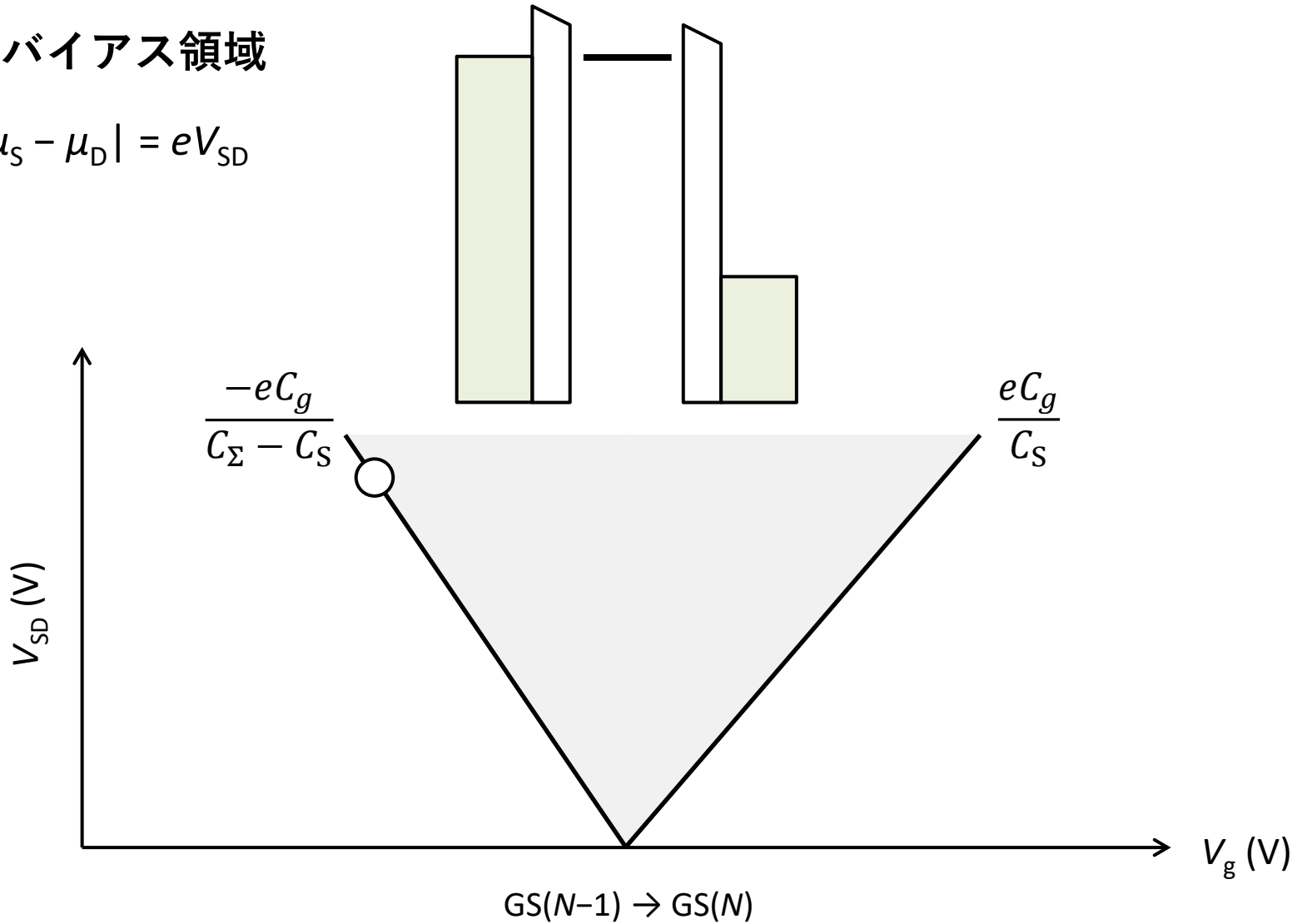
$$|\mu_S - \mu_D| = eV_{SD}$$



# クーロンダイヤモンド

高バイアス領域

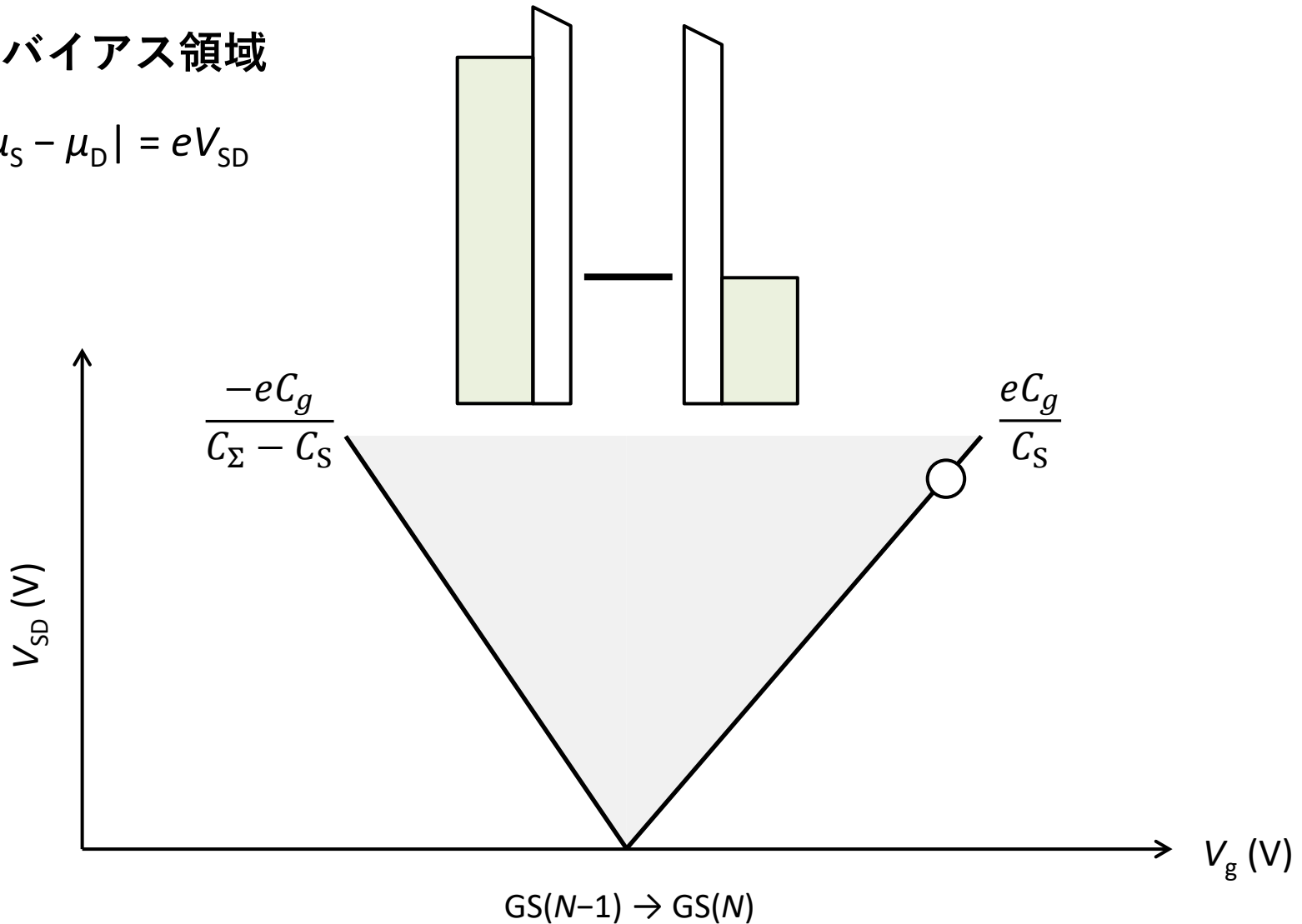
$$|\mu_S - \mu_D| = eV_{SD}$$



# クーロンダイヤモンド

高バイアス領域

$$|\mu_S - \mu_D| = eV_{SD}$$



# 励起状態

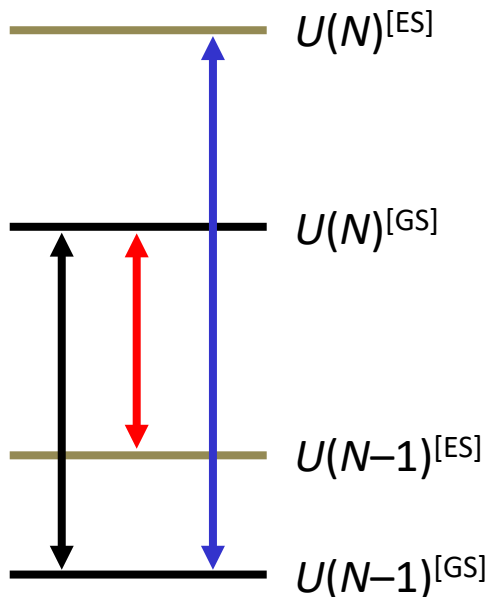
電子数 $N$ に対して許される状態(軌道・スピン)は1つとは限らない

エネルギー

$$U(N)^{[i]} = \frac{e^2}{2C_{\Sigma}} N^2 + E_N^{[i]} + \dots$$

電気化学ポテンシャル

$$\mu(N)^{[i \rightarrow j]} = U(N)^{[j]} - U(N-1)^{[i]}$$



Blue line:  $\mu(N)^{[GS \rightarrow ES]}$

Black line:  $\mu(N)^{[GS \rightarrow GS]}$

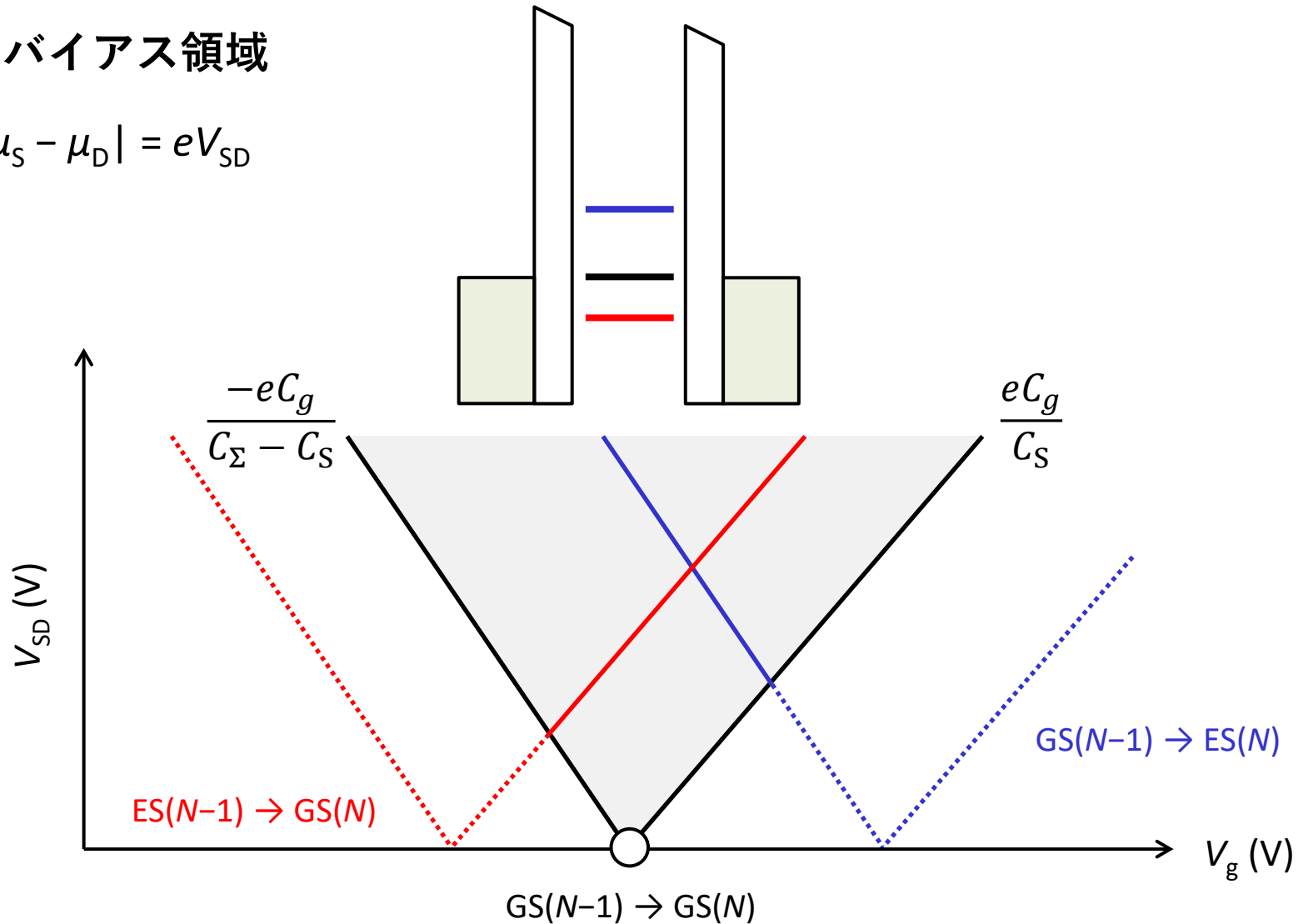
Red line:  $\mu(N)^{[ES \rightarrow GS]}$



# クーロンダイヤモンド

高バイアス領域

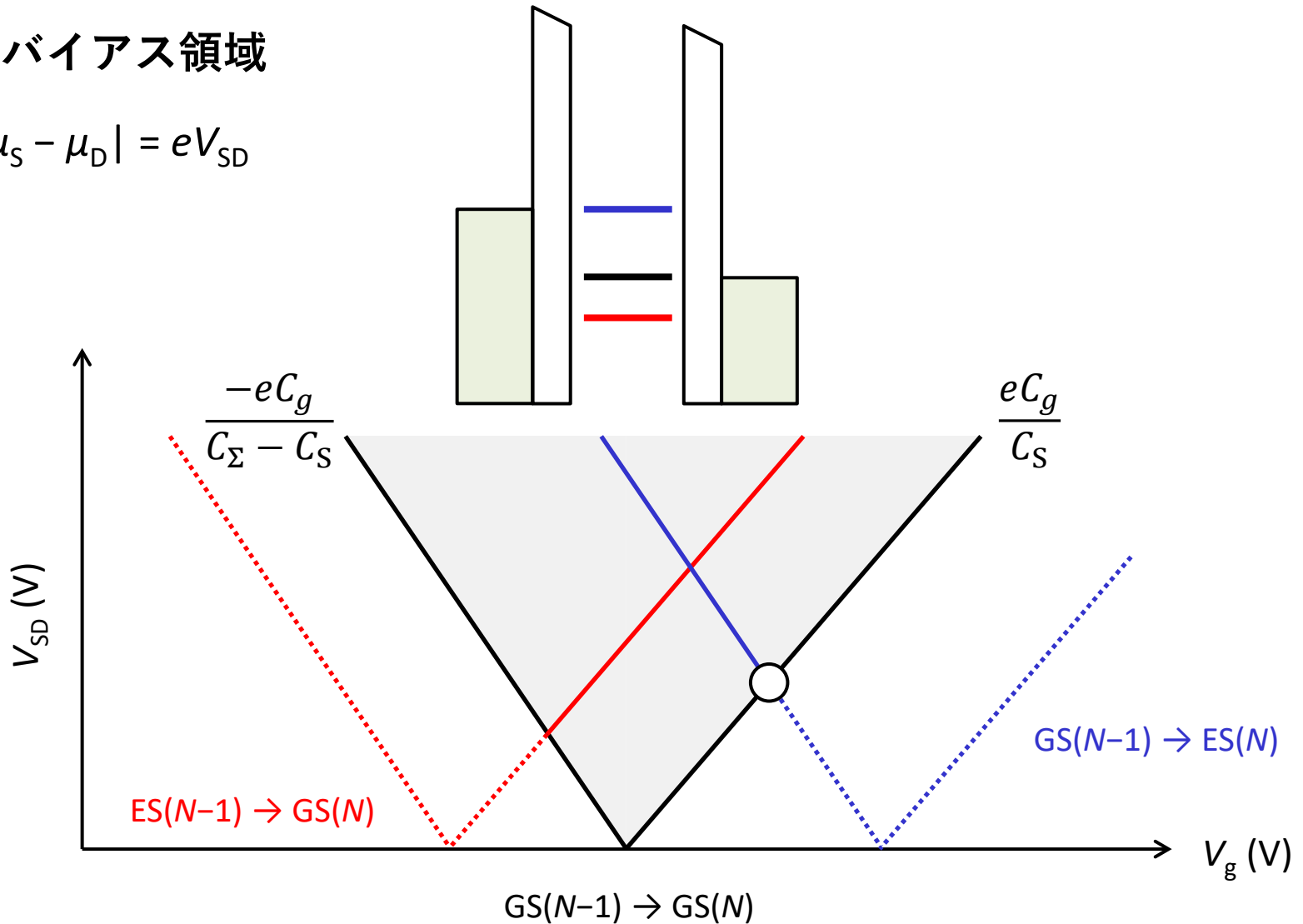
$$|\mu_S - \mu_D| = eV_{SD}$$



# クーロンダイヤモンド

高バイアス領域

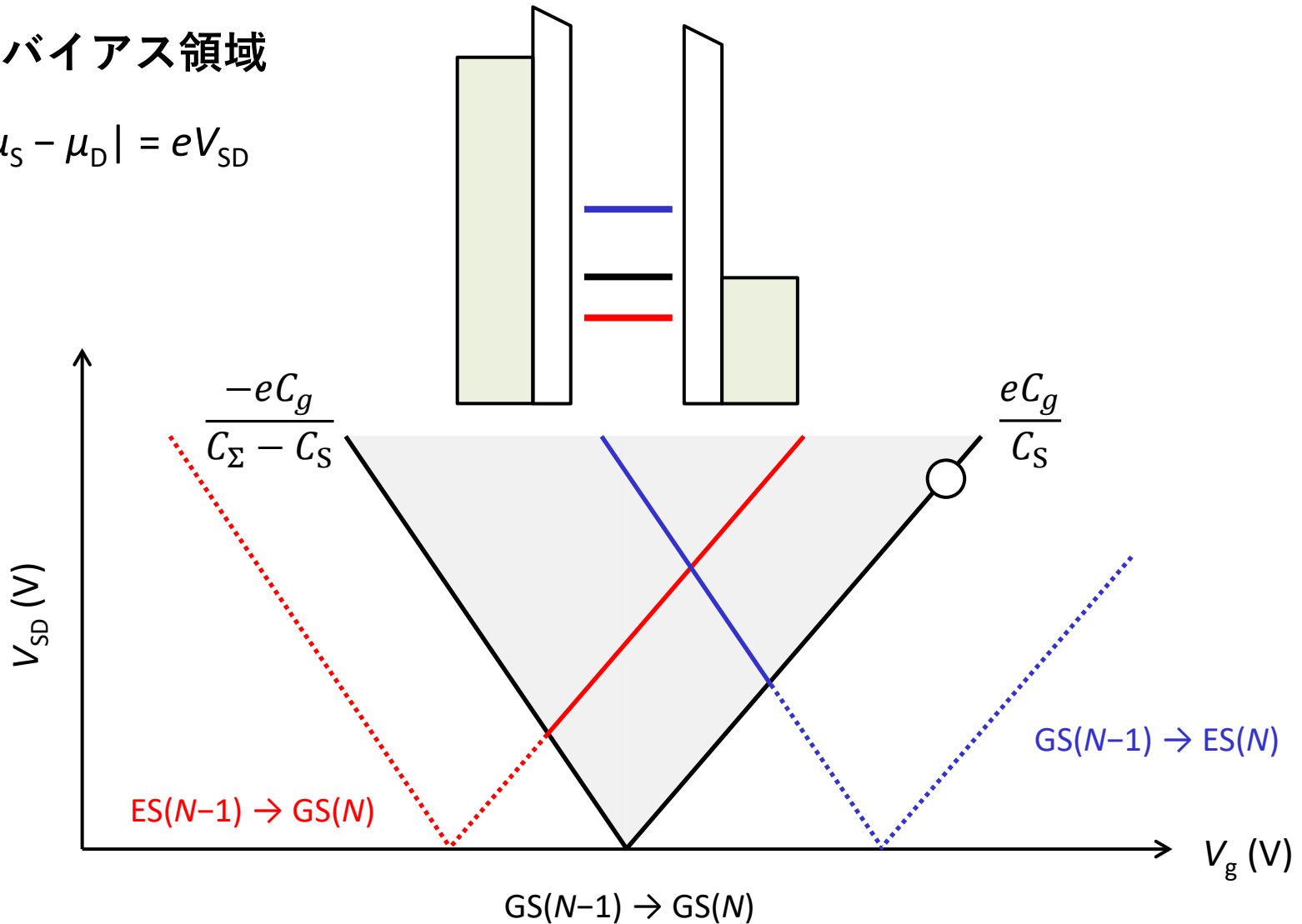
$$|\mu_S - \mu_D| = eV_{SD}$$



# クーロンダイヤモンド

高バイアス領域

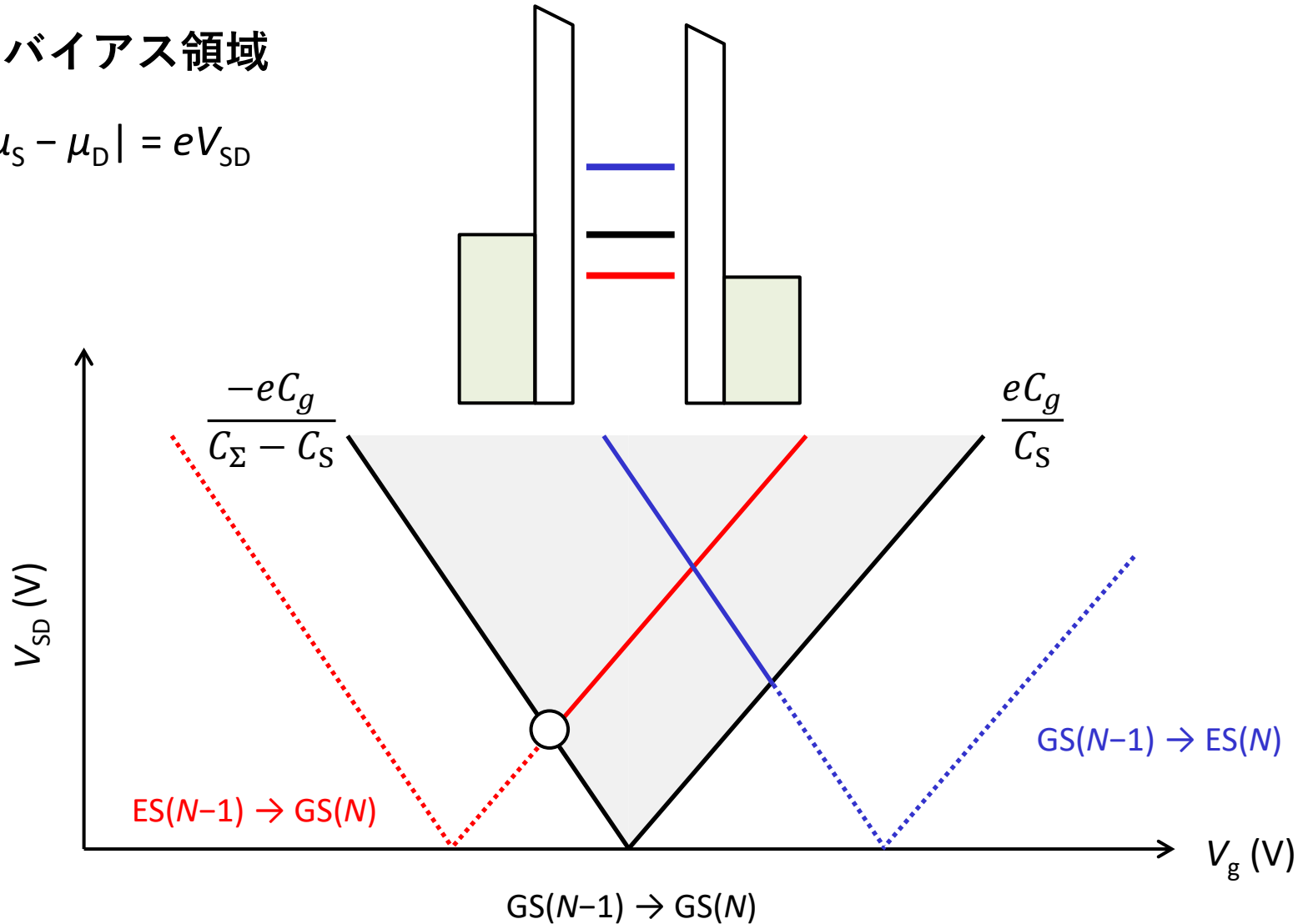
$$|\mu_S - \mu_D| = eV_{SD}$$



# クーロンダイヤモンド

高バイアス領域

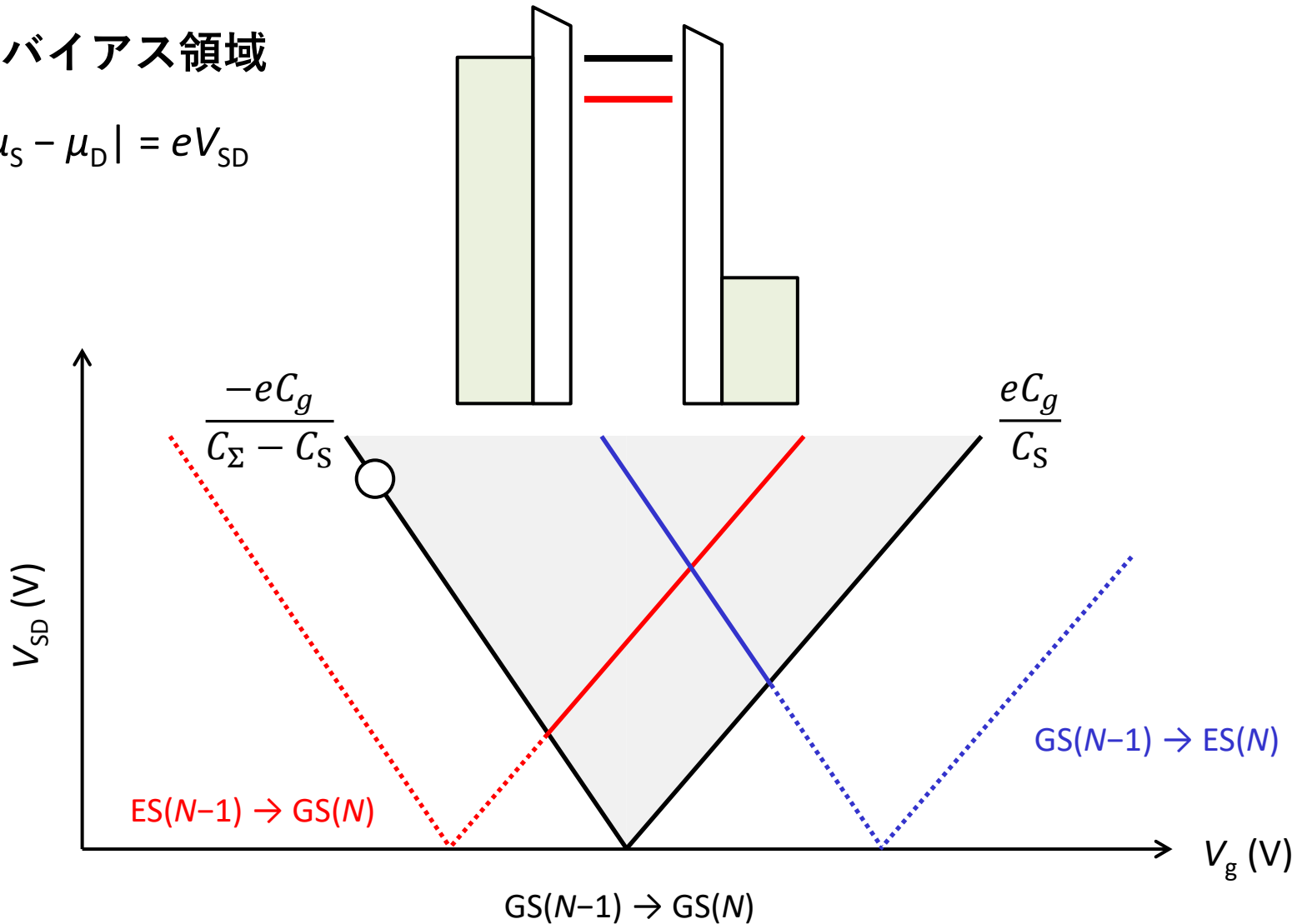
$$|\mu_S - \mu_D| = eV_{SD}$$



# クーロンダイヤモンド

高バイアス領域

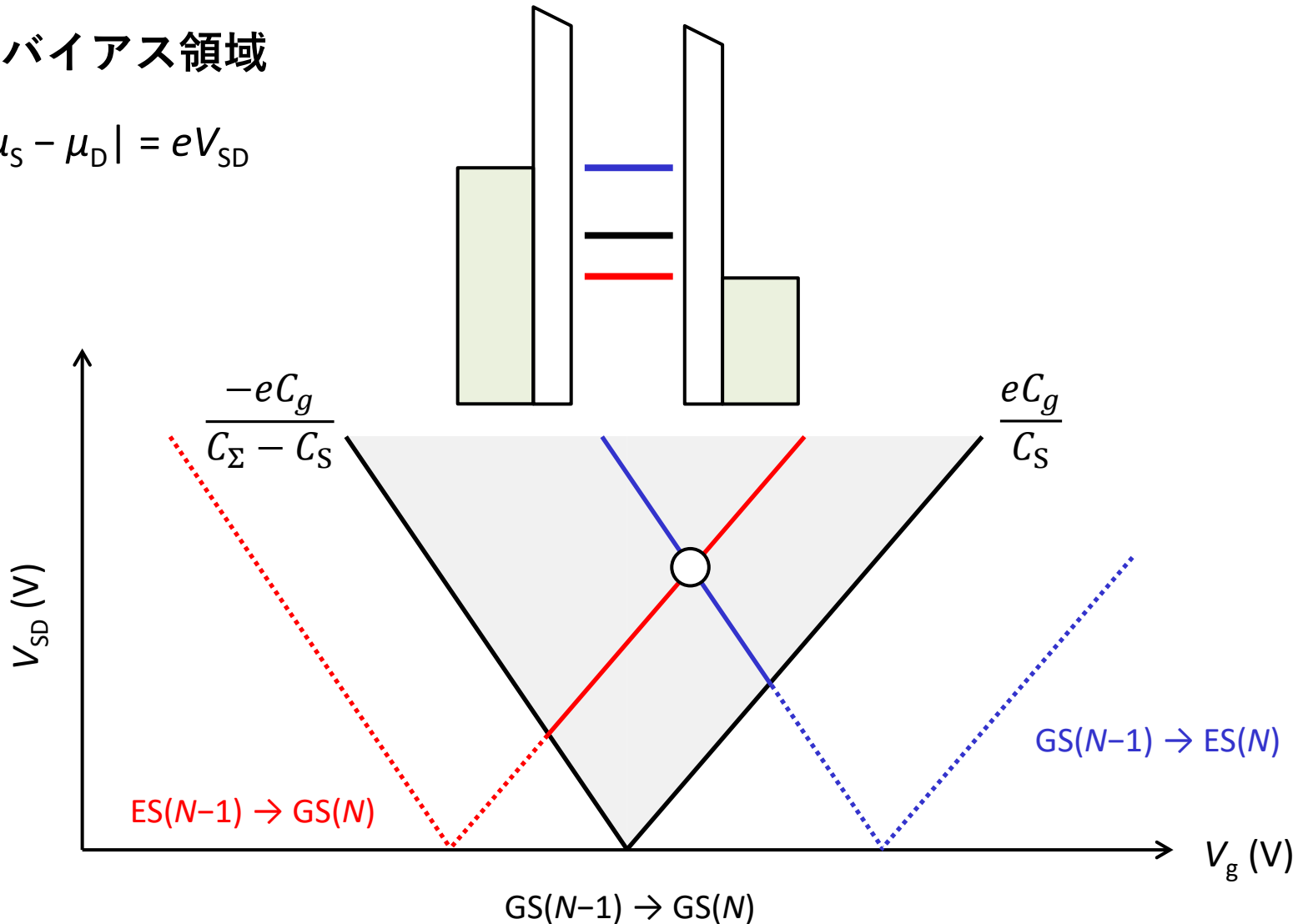
$$|\mu_S - \mu_D| = eV_{SD}$$



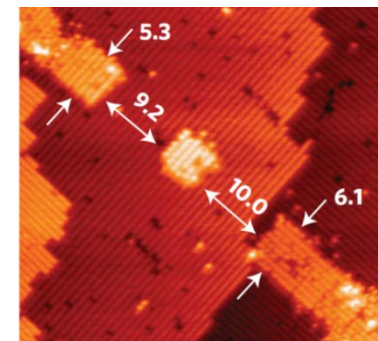
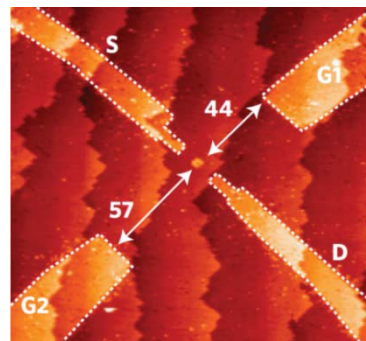
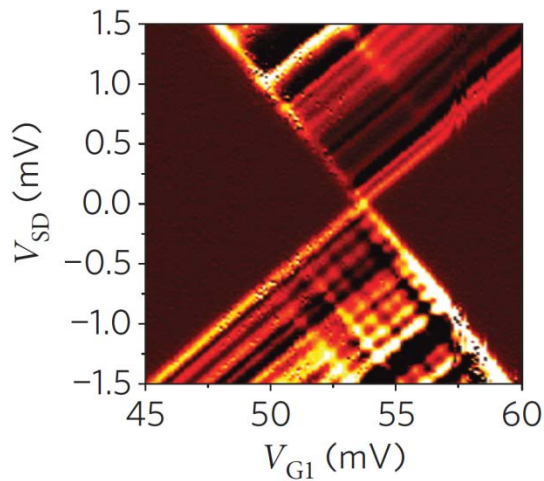
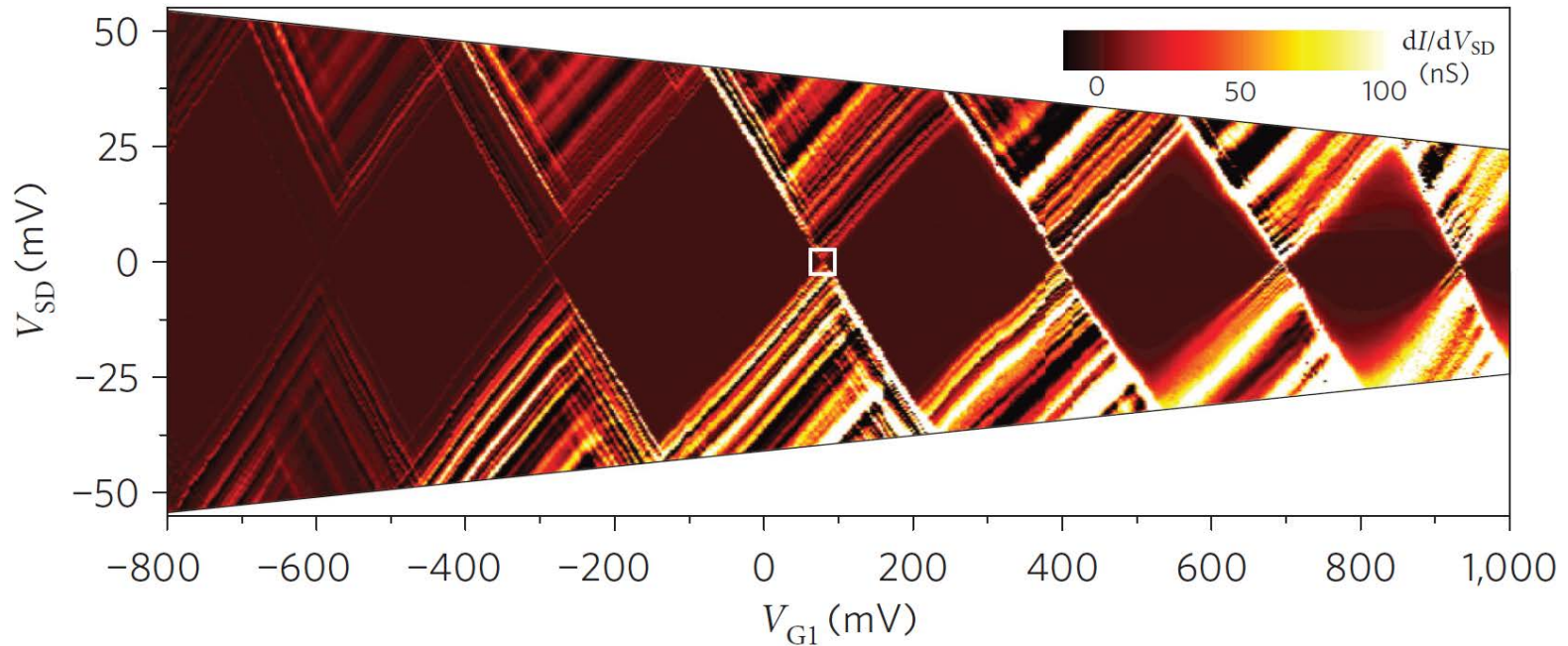
# クーロンダイヤモンド

高バイアス領域

$$|\mu_S - \mu_D| = eV_{SD}$$



# クーロンダイヤモンド



# 講義内容

- **単一量子ドットの伝導とスピン**
  - クーロンダイヤモンド
  - **単一スピン単発読み出し**
- 直列二重量子ドットの伝導とスピン
  - スタビリティダイヤグラム
  - スピンブロッケイド



# 電子スピン

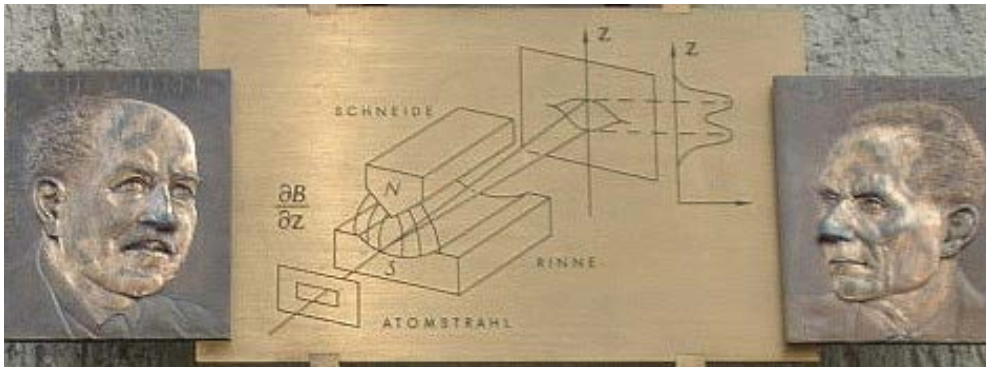
電子の持つ量子力学的角運動量(内部自由度)  $s = 1/2$

## 角運動量としての基本的性質

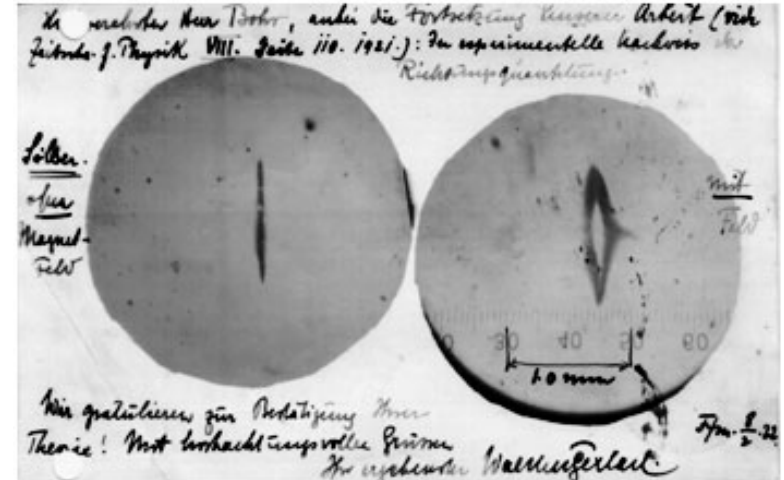
$$|\alpha\rangle, |\beta\rangle \quad (m_s = \pm 1/2)$$

$$s_z|\alpha\rangle = \frac{\hbar}{2}|\alpha\rangle \quad s_z|\beta\rangle = -\frac{\hbar}{2}|\beta\rangle$$

## シュテルン-ゲルラッハの実験



Plaque at Frankfurt Institute (from Wikipedia)



GerlachからBohrへの1922年2月8日付ハガキ  
(注)スピンの提案は1925年

# 電子スピン

電子の持つ量子力学的角運動量(内部自由度)  $s = 1/2$

## 角運動量としての基本的性質

$$|\alpha\rangle, |\beta\rangle \quad (m_s = \pm 1/2)$$

$$s_z|\alpha\rangle = \frac{\hbar}{2}|\alpha\rangle \quad s_z|\beta\rangle = -\frac{\hbar}{2}|\beta\rangle$$

## 行列表示

$$|\alpha\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad |\beta\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad s_z = \frac{\hbar}{2}\sigma_z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

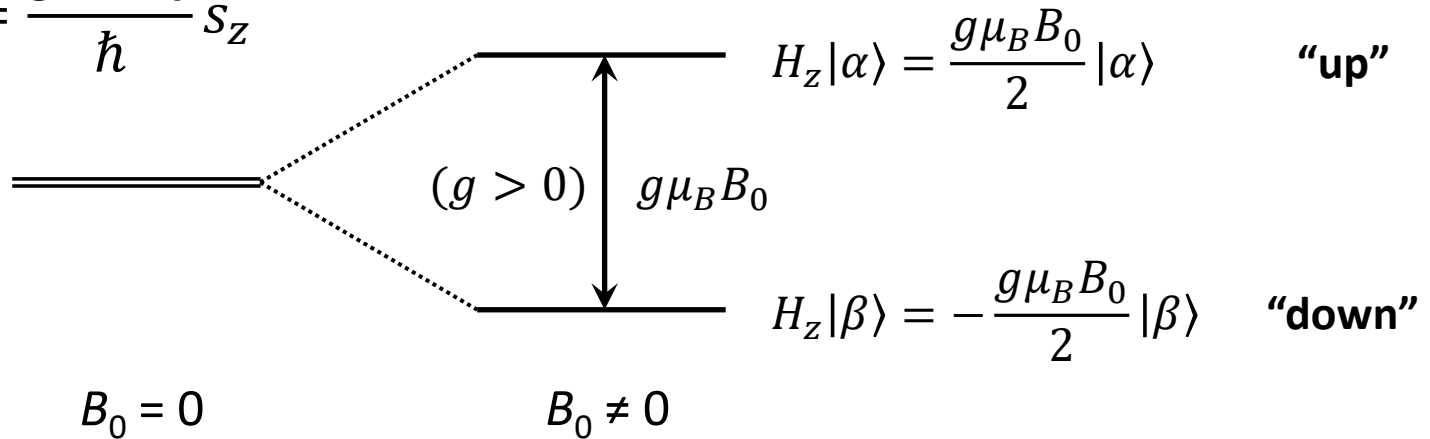
$$s_x = \frac{\hbar}{2}\sigma_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad s_y = \frac{\hbar}{2}\sigma_y = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

$$[s_i, s_j] = i\hbar s_k \quad i, j, k = x, y, z \quad (\text{巡回置換})$$

# ゼーマン効果

ハミルトニアン

$$H_Z = \frac{g\mu_B B_0}{\hbar} S_Z$$



$g$ -因子

$$g_e = 2.002319$$

$$g_{\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}} = 0.40$$

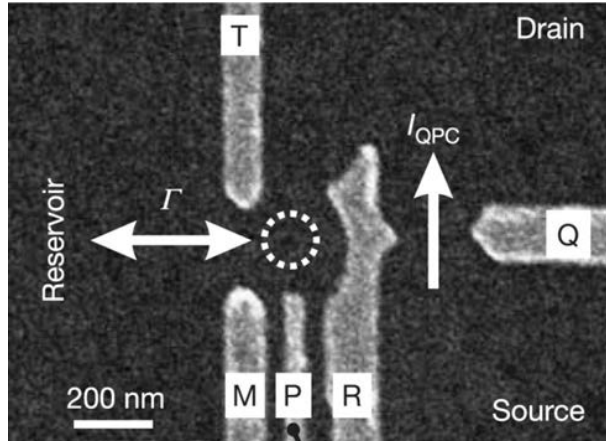
$$g_{\text{InSb}} = -51.3$$

$$g_{\text{GaAs}} = -0.44$$

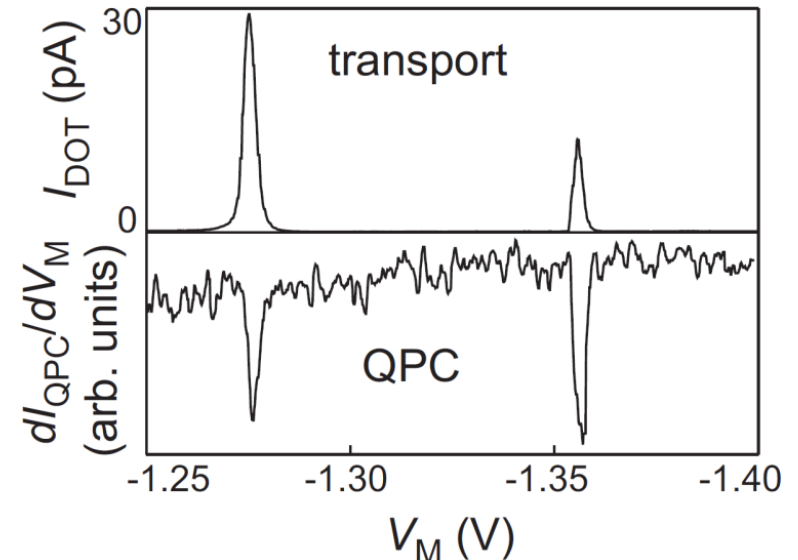
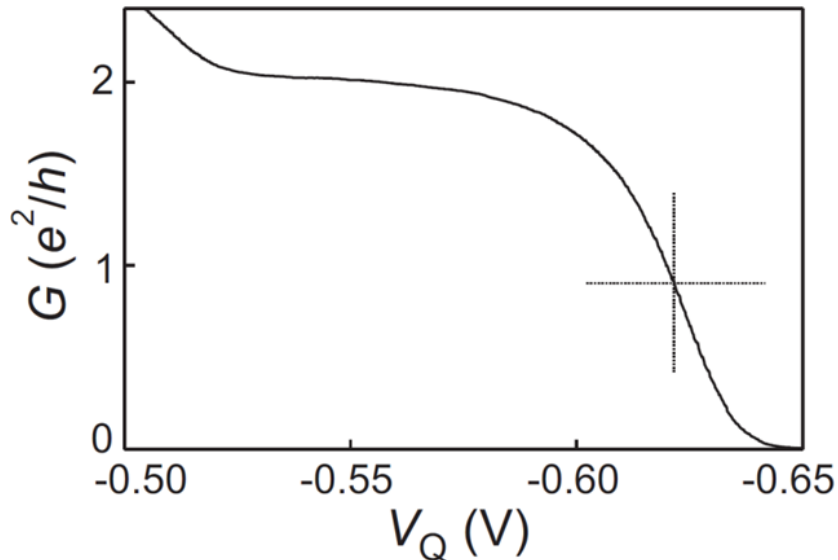
ボーア磁子

$$\mu_B = 9.274 \times 10^{-24} \text{ J/T}$$

# QPC電荷計

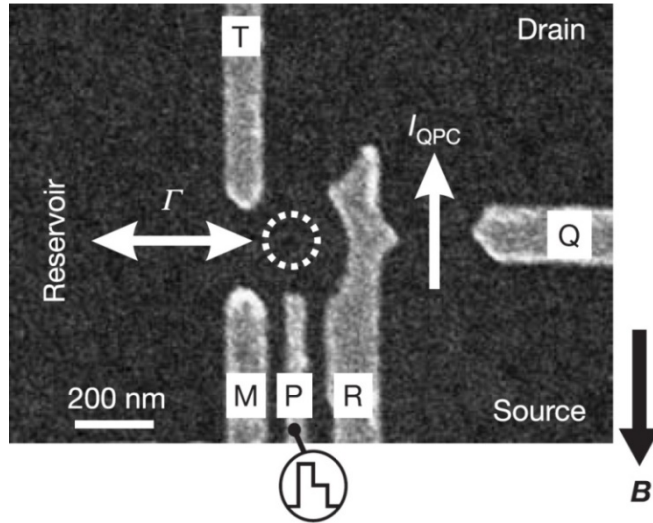


- QPCの伝導が、(静電結合した)近傍のQDに状態変化に応じて変化することを利用
- 非破壊、実時間観測
- QDの伝導測定が困難な領域でも感度を有する



# 単一スピンの単発読み出し

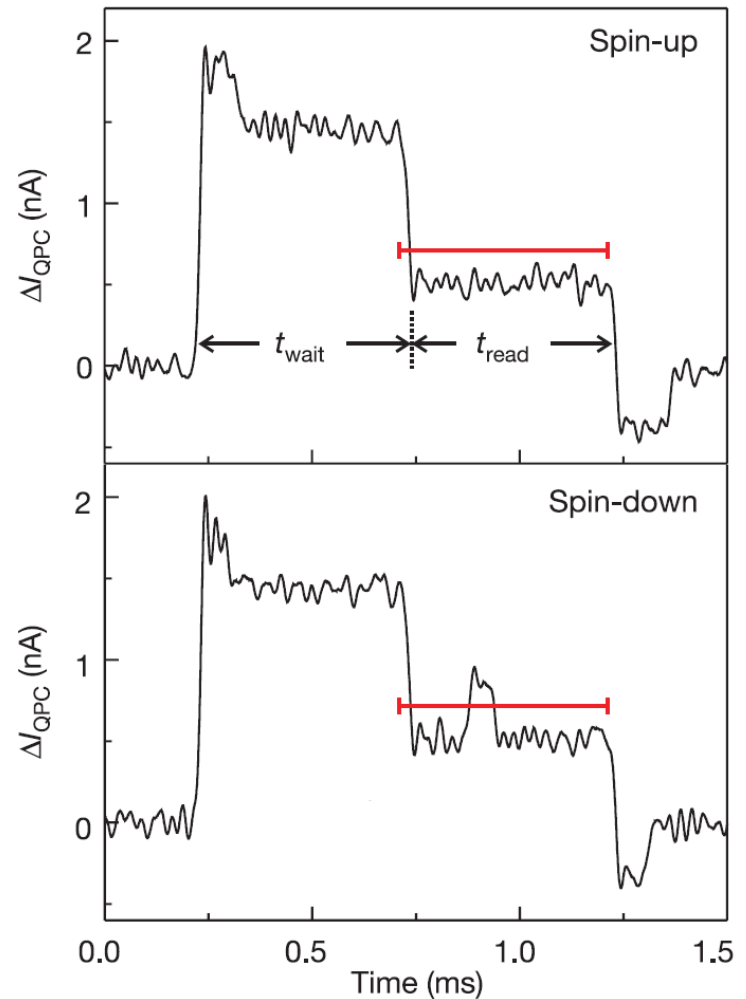
(Single-shot readout)



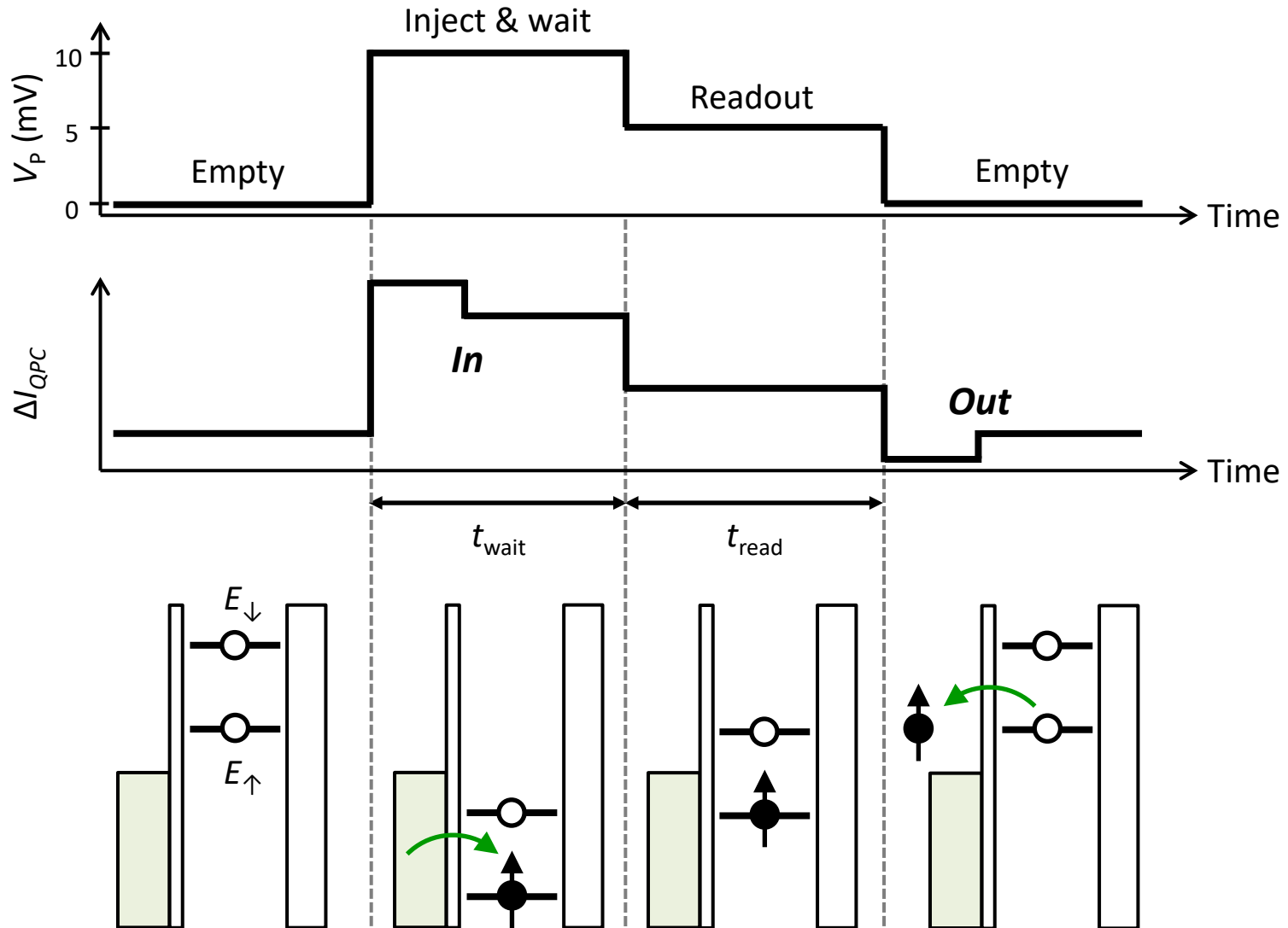
$$E_z \approx 200 \mu\text{eV} @ B = 10 \text{ T}$$
$$k_B T_e \approx 25 \mu\text{eV} @ T_e = 300 \text{ mK}$$
$$\Delta E_{\text{orb}} \approx 1 \text{ meV}$$

## スピン-電荷変換

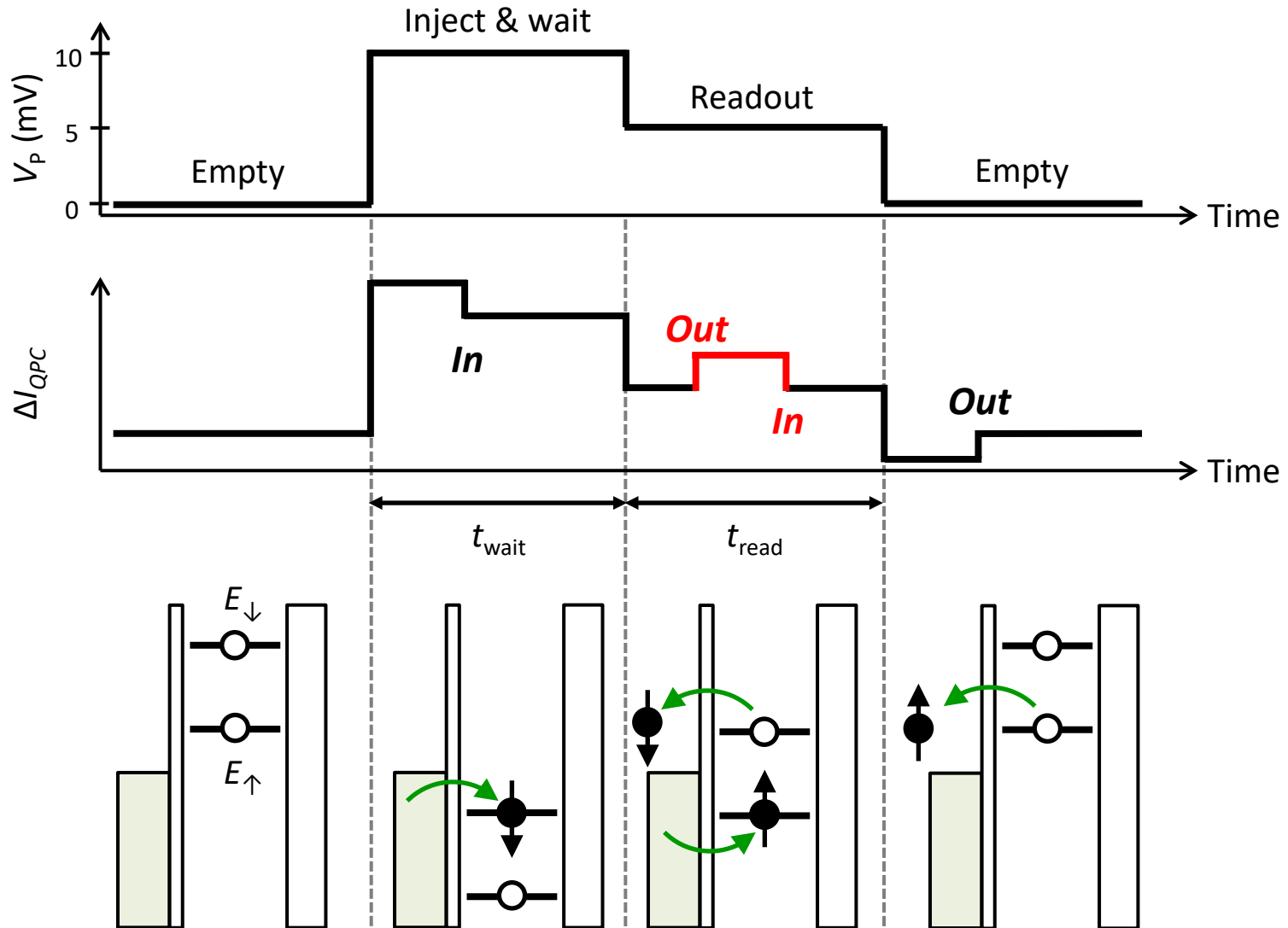
磁気モーメントそのものではなくスピ  
ンに依存した量(エネルギー、トンネルレ  
ート etc)を電流/電荷の変化として読み出す



# 実験プロトコル(スピン↑)

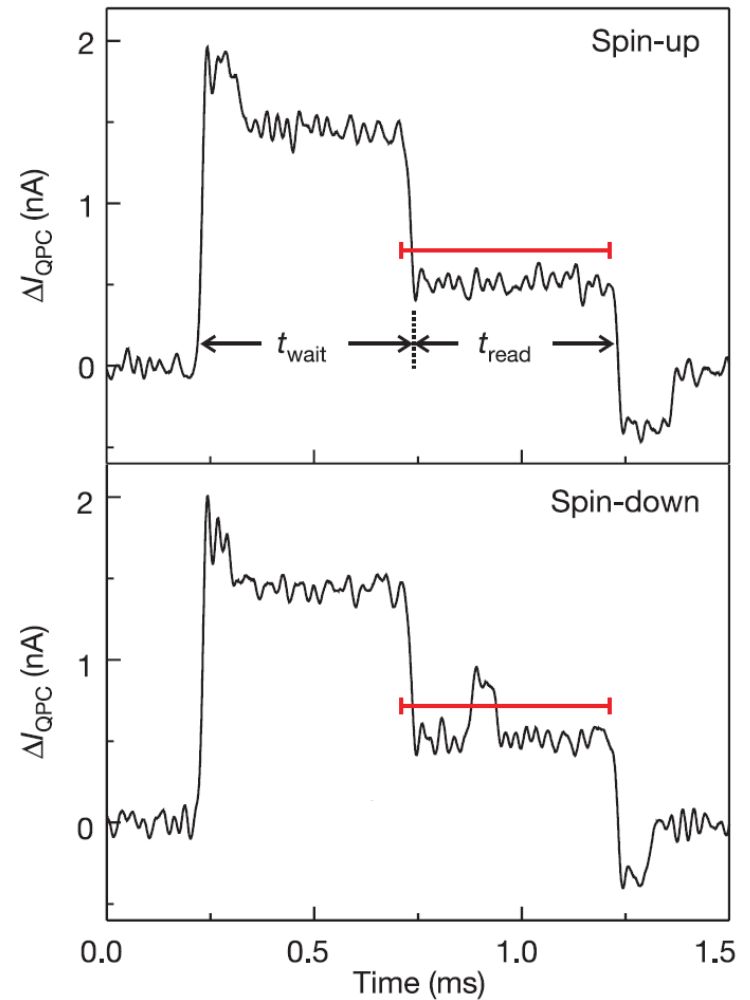
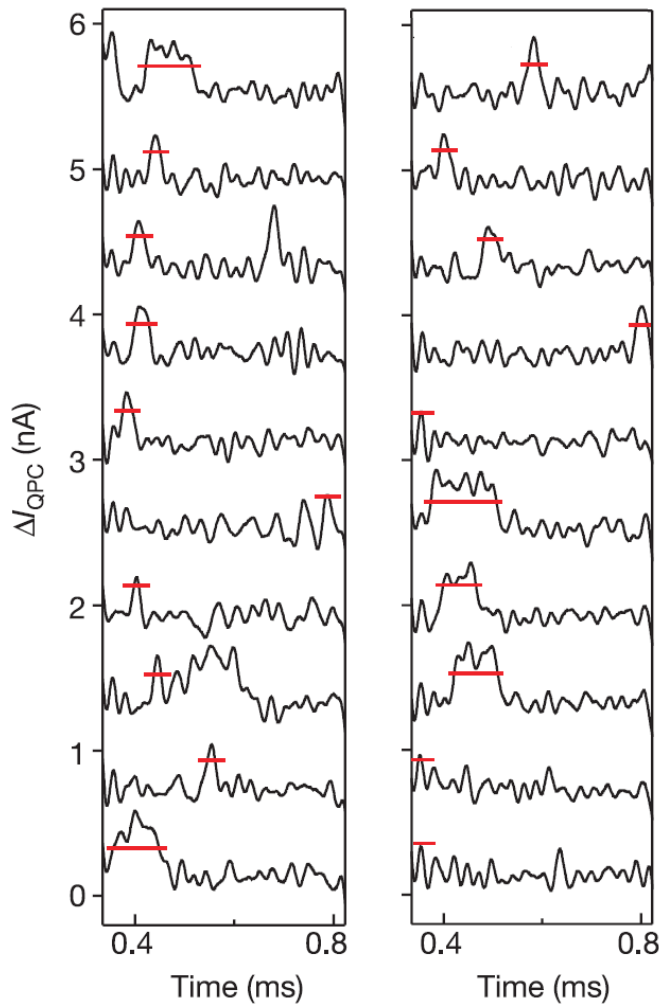


# 実験プロトコル(スピン↓)



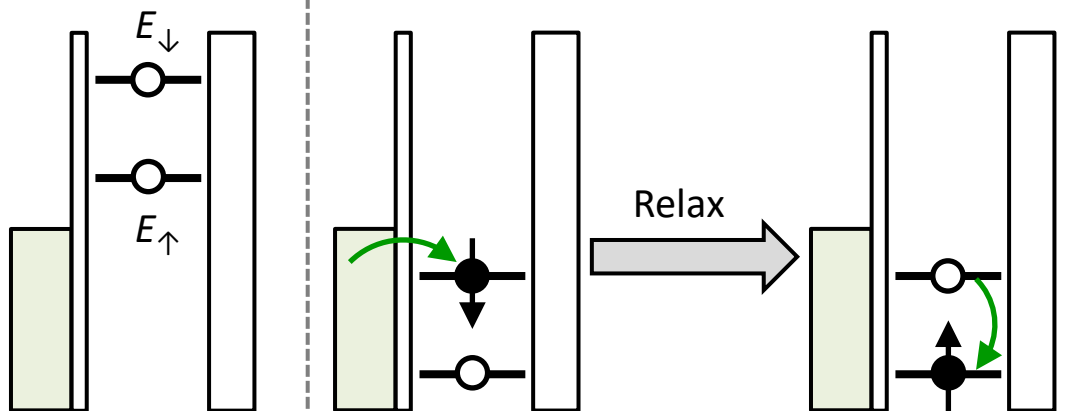
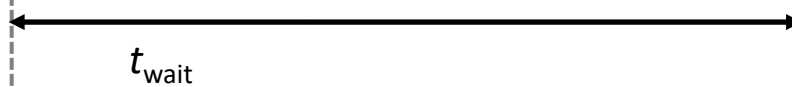
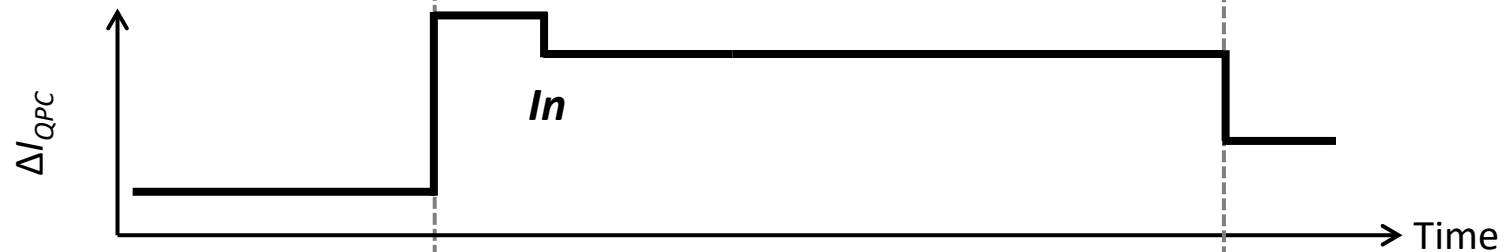
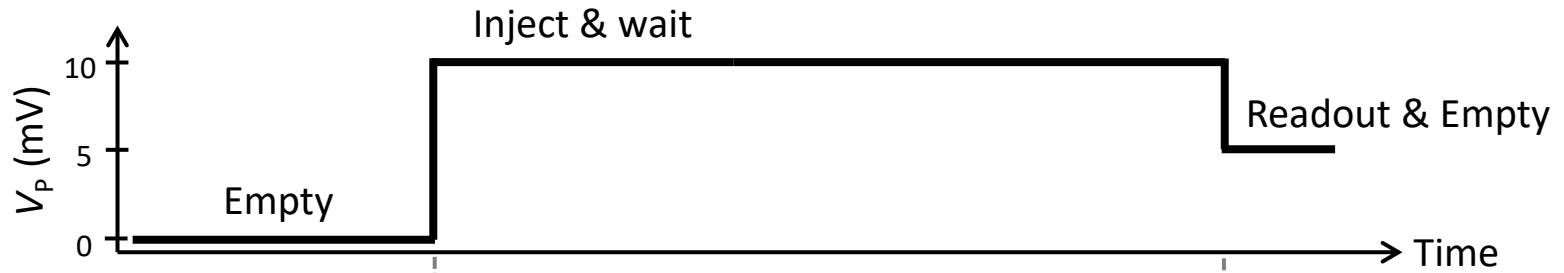
# 単一スピンの単発読み出し

“spin-down”と判定された例 ( $t_{\text{wait}} = 0.1$  ms)



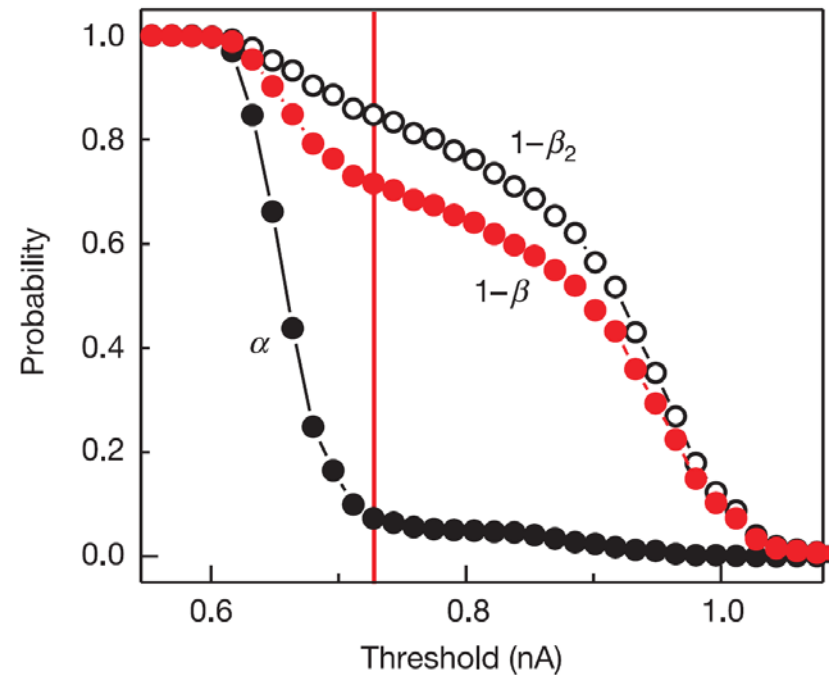
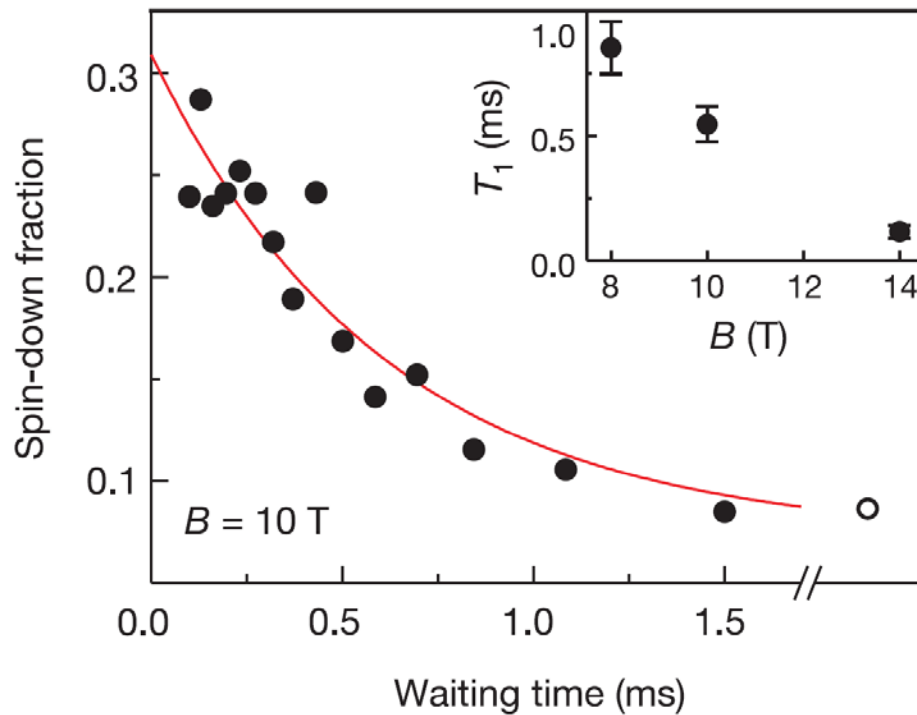


# スピン緩和時間( $T_1$ )測定



スピン↑と読み出される頻度が増す

# $T_1$ 測定と読み出し精度



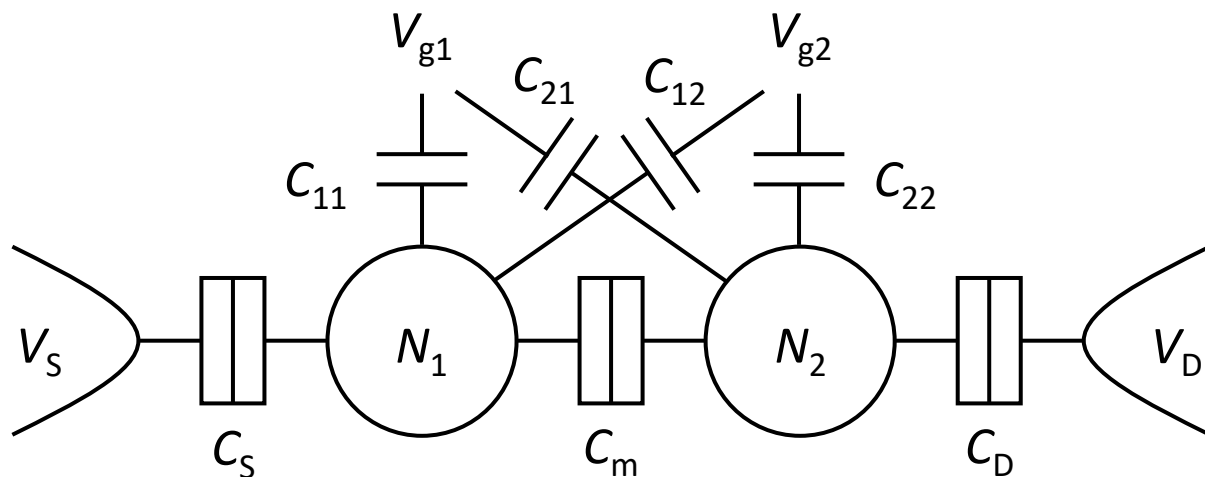
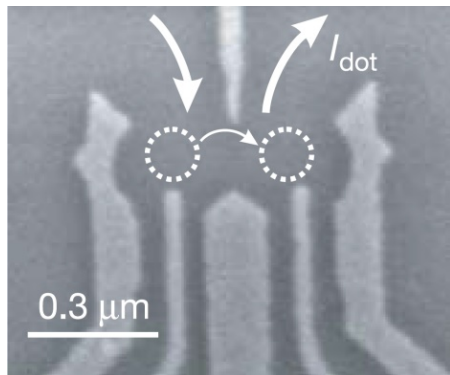
$\alpha$ : Noisy  $\uparrow$  (“dark count”)

$\beta$ : Quiet  $\downarrow$  ( $\beta_2$ : due to bandwidth)

# 講義内容

- 単一量子ドットの伝導とスピン
  - クーロンダイヤモンド
  - 単一スピン単発読み出し
- **直列二重量子ドットの伝導とスピン**
  - **スタビリティダイヤグラム**
  - スピンブロッケイド

# 直列二重量子ドット



ゲートのクロストーク大

## 各QDの電荷のつり合い

$$-eN_1 = C_S(V_1 - V_S) + C_{11}(V_1 - V_{g1}) + C_m(V_1 - V_2) + C_{12}(V_1 - V_{g2})$$

$$-eN_2 = C_D(V_2 - V_D) + C_{22}(V_2 - V_{g2}) + C_m(V_2 - V_1) + C_{21}(V_2 - V_{g1})$$

# 直列二重量子ドット

各QDの電荷のつり合い

$$-eN_1 = C_S(V_1 - V_S) + C_{11}(V_1 - V_{g1}) + C_m(V_1 - V_2) + C_{12}(V_1 - V_{g2})$$

$$-eN_2 = C_D(V_2 - V_D) + C_{22}(V_2 - V_{g2}) + C_m(V_2 - V_1) + C_{21}(V_2 - V_{g1})$$

行列表示

$$\begin{pmatrix} -eN_1 + \rho_1 \\ -eN_2 + \rho_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 & -C_m \\ -C_m & C_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

$\mathbf{q}$

$\mathbf{c}$

$\mathbf{v}$

全エネルギー

$$U = \frac{1}{2} \mathbf{v} \cdot \mathbf{c} \mathbf{v} = \frac{1}{2} \mathbf{c}^{-1} \mathbf{q} \cdot \mathbf{q}$$

$$\rho_1 = C_S V_S + C_{11} V_{g1} + C_{12} V_{g2}$$

$$\rho_2 = C_D V_D + C_{22} V_{g2} + C_{21} V_{g1}$$

$$C_1 = C_S + C_{11} + C_m + C_{12}$$

$$C_2 = C_D + C_{22} + C_m + C_{21}$$

# 直列二重量子ドット

全エネルギー

$$U = \frac{1}{2} \mathbf{c}^{-1} \mathbf{q} \cdot \mathbf{q} = \frac{1}{2(C_1 C_2 - C_m^2)} \begin{pmatrix} C_2 & C_m \\ C_m & C_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -eN_1 + \rho_1 \\ -eN_2 + \rho_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -eN_1 + \rho_1 \\ -eN_2 + \rho_2 \end{pmatrix}$$
$$= \frac{C_2(-eN_1 + \rho_1)^2 + 2C_m(-eN_1 + \rho_1)(-eN_2 + \rho_2) + C_1(-eN_2 + \rho_2)^2}{2(C_1 C_2 - C_m^2)}$$

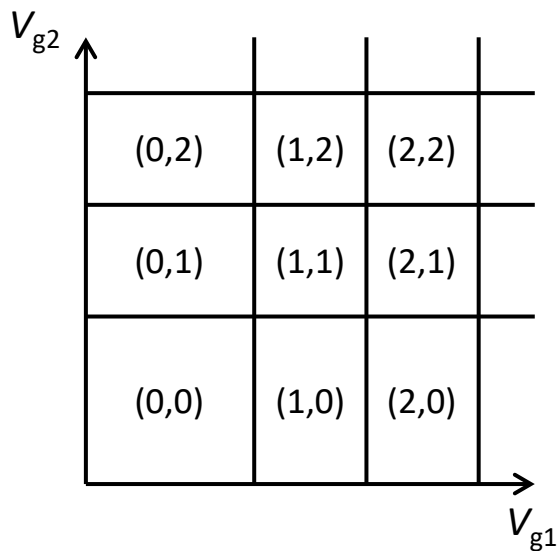
ドット1の電気化学ポテンシャル(ドット2も同様)

$$\mu_1(N_1, N_2) \equiv U(N_1, N_2) - U(N_1 - 1, N_2)$$
$$= \left( N_1 - \frac{1}{2} \right) E_{C1} + N_2 E_{Cm} - \frac{\rho_1}{e} E_{C1} - \frac{\rho_2}{e} E_{Cm}$$

$$E_{C1} = \frac{e^2 C_2}{C_1 C_2 - C_m^2} \quad E_{Cm} = \frac{e^2 C_m}{C_1 C_2 - C_m^2} \quad E_{C2} = \frac{e^2 C_1}{C_1 C_2 - C_m^2}$$

# スタビリティダイアグラム

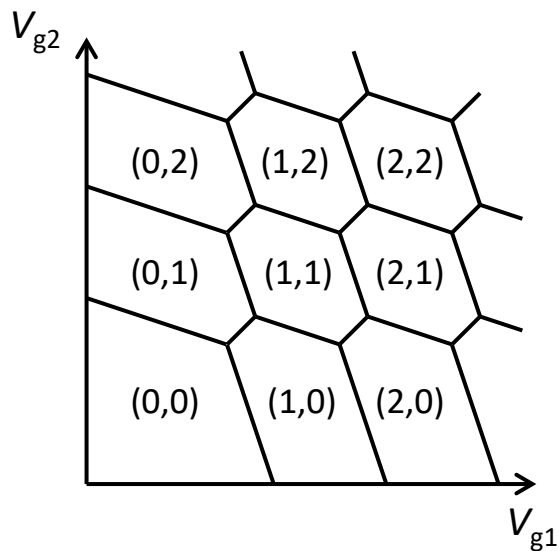
$$C_m \rightarrow 0$$



**弱結合**

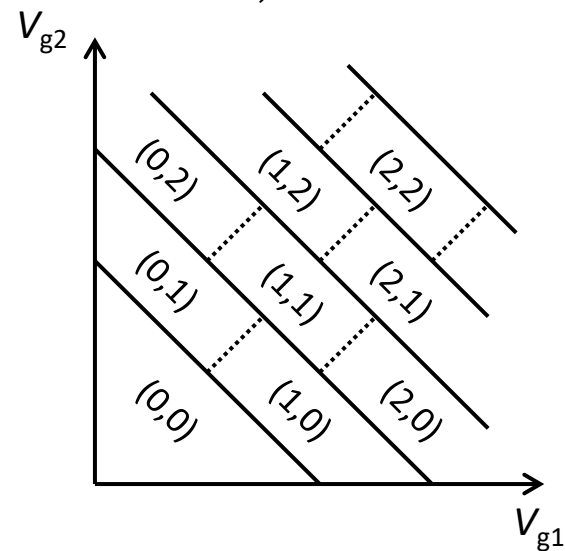
独立のドットとして振る舞う

$$\frac{C_m}{C_{1,2}} \rightarrow 1$$



**ハニカム構造**

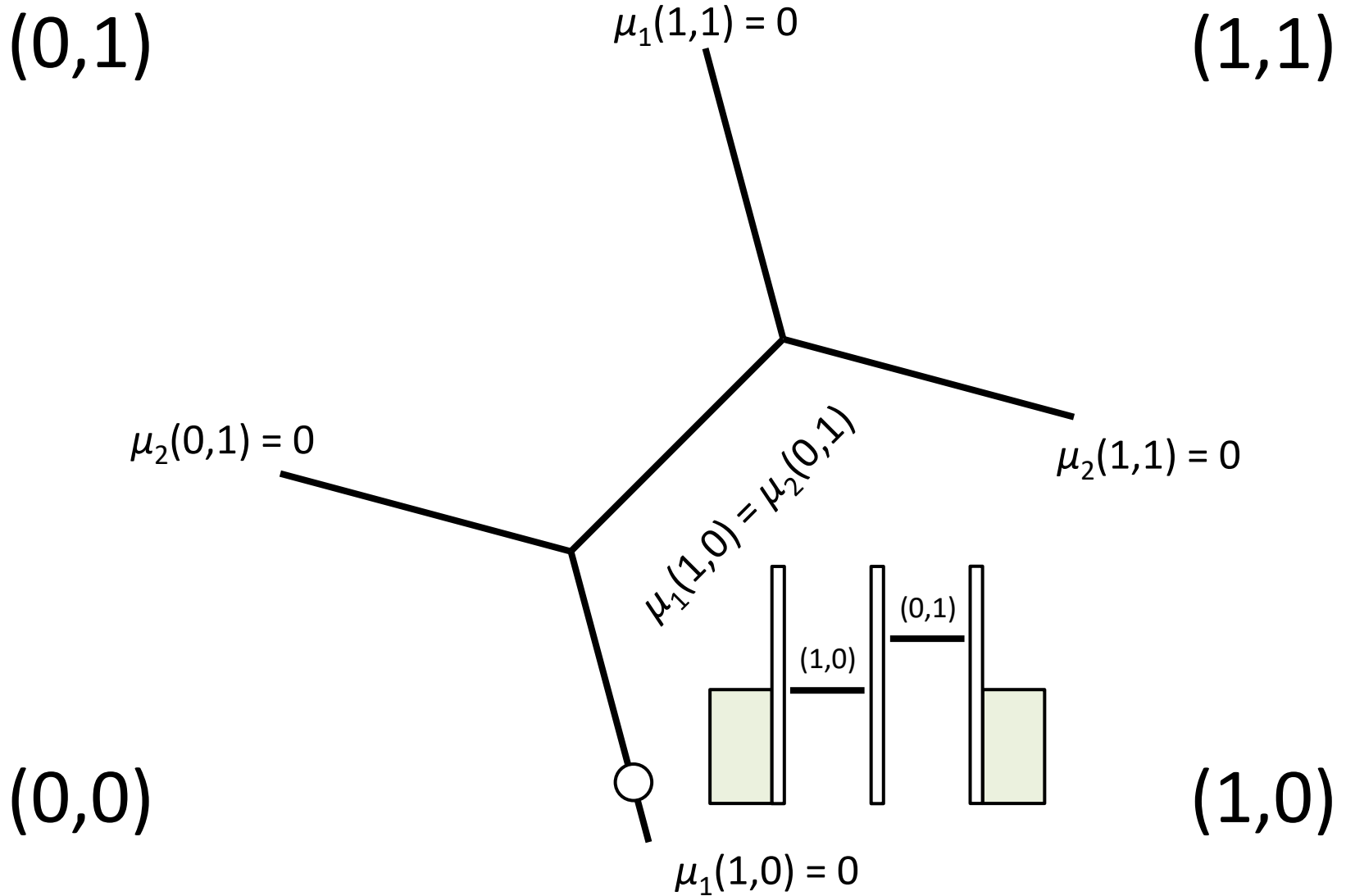
相互に影響しあう



**強結合**

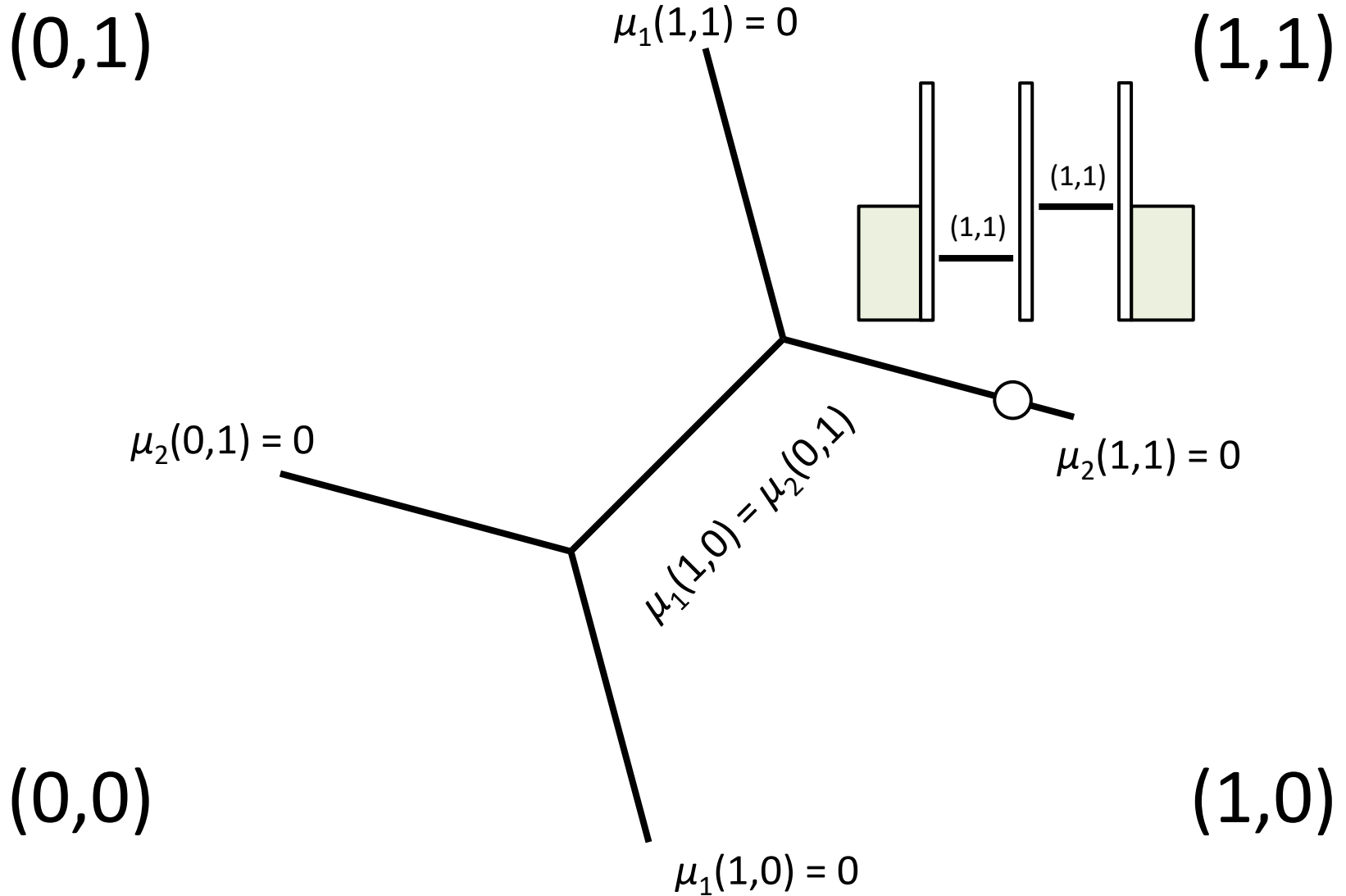
1つのドットとして振る舞う

# ハニカム構造





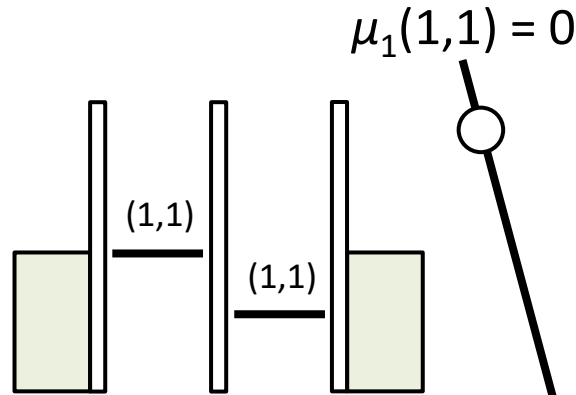
# ハニカム構造



# ハニカム構造

(0,1)

(1,1)



$$\mu_1(1,1) = 0$$

$$\mu_2(0,1) = 0$$

$$\mu_2(1,1) = 0$$

$$\mu_1(1,0) = \mu_2(0,1)$$

(0,0)

(1,0)

$$\mu_1(1,0) = 0$$

# ハニカム構造

(0,1)

(1,1)

$$\mu_1(1,1) = 0$$

$$\mu_2(0,1) = 0$$

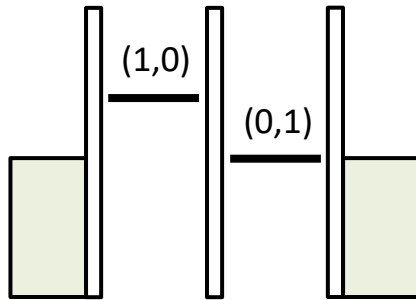
$$\mu_2(1,1) = 0$$

$$\mu_1(1,0) = \mu_2(0,1)$$

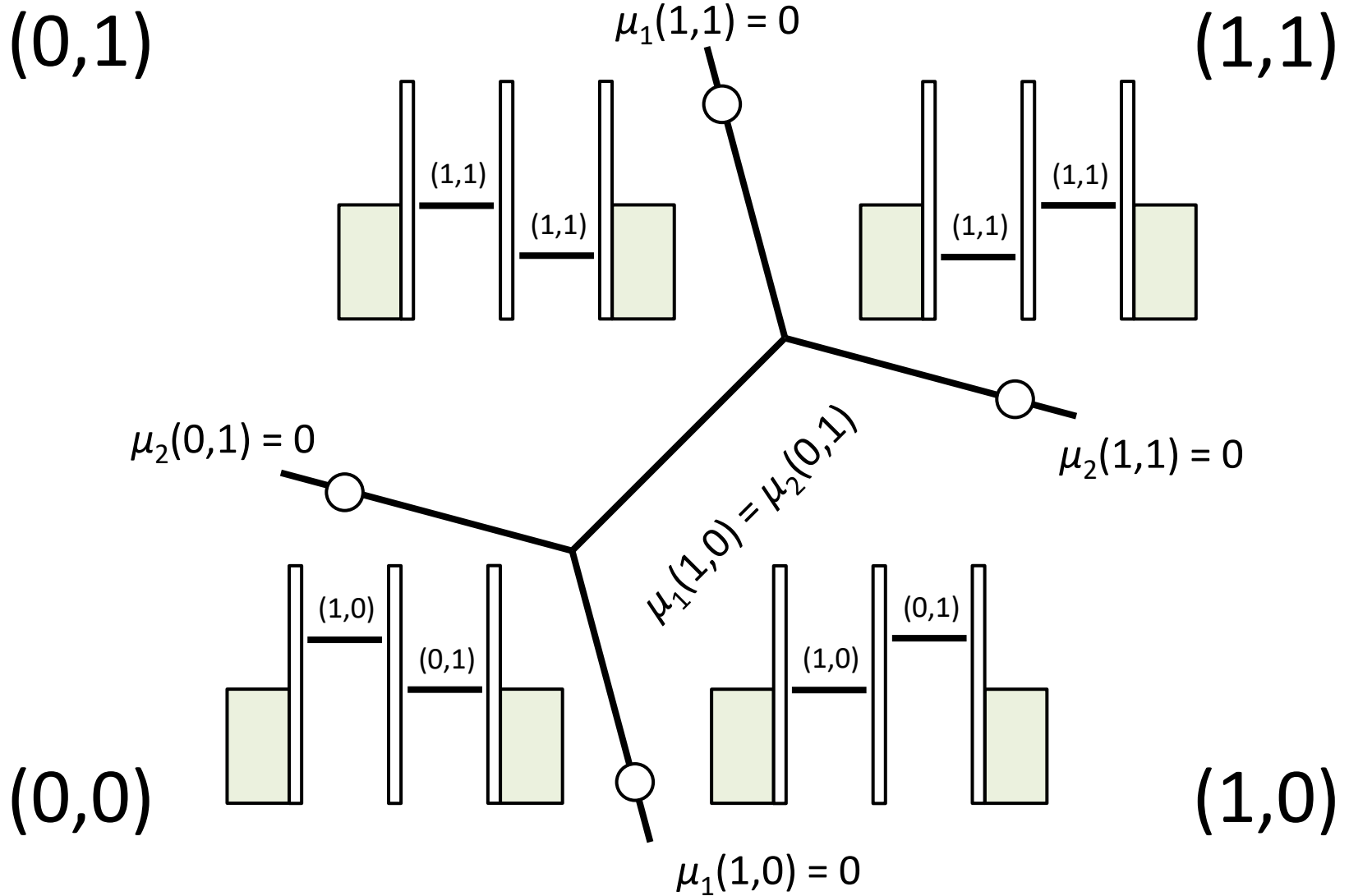
(0,0)

(1,0)

$$\mu_1(1,0) = 0$$



# ハニカム構造

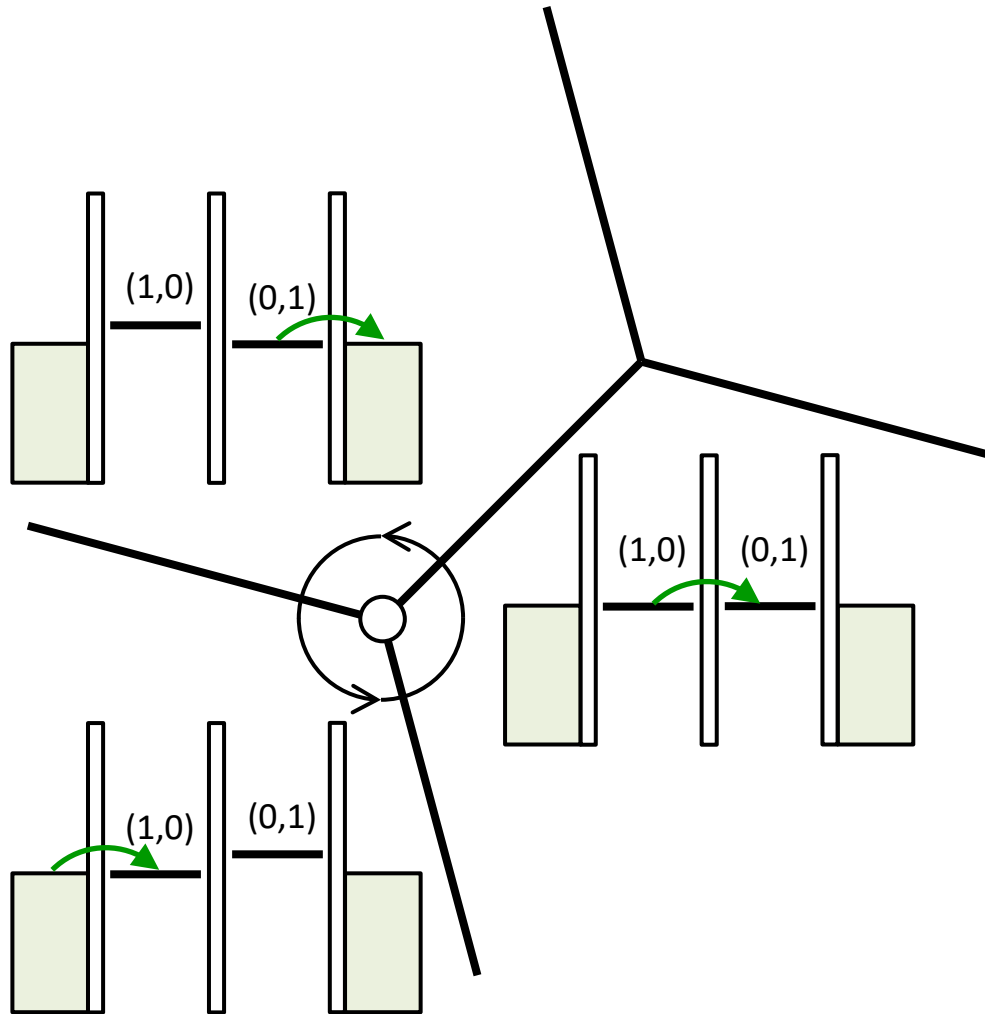


# 三重点(電子サイクル)

(0,1)

低バイアス領域で電流が流れるのは三重点のみ

(1,1)



(0,0)

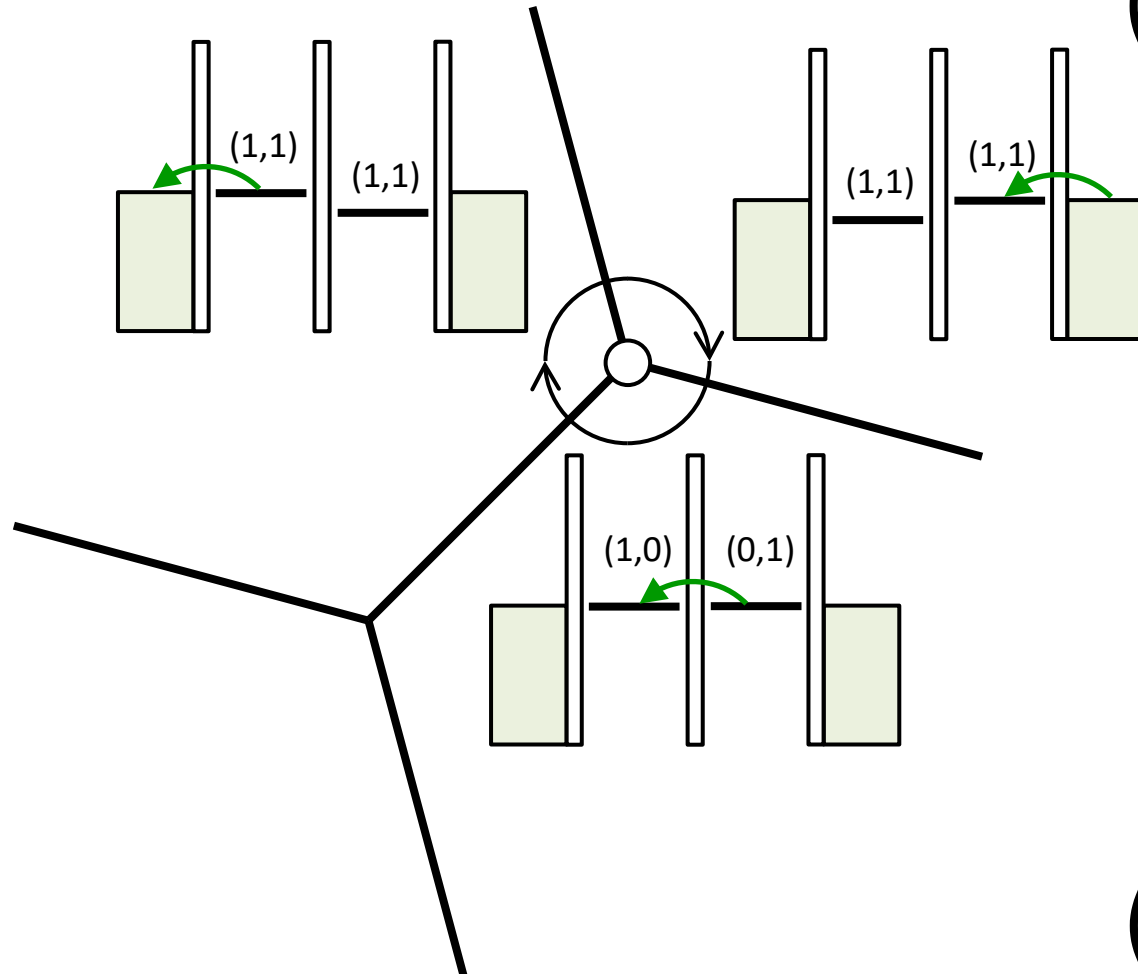
(1,0)

# 三重点(正孔サイクル)

(0,1)

低バイアス領域で電流が流れるのは三重点のみ

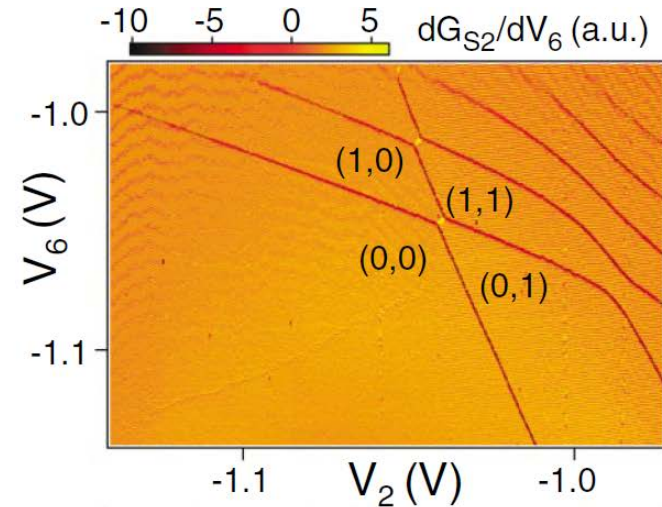
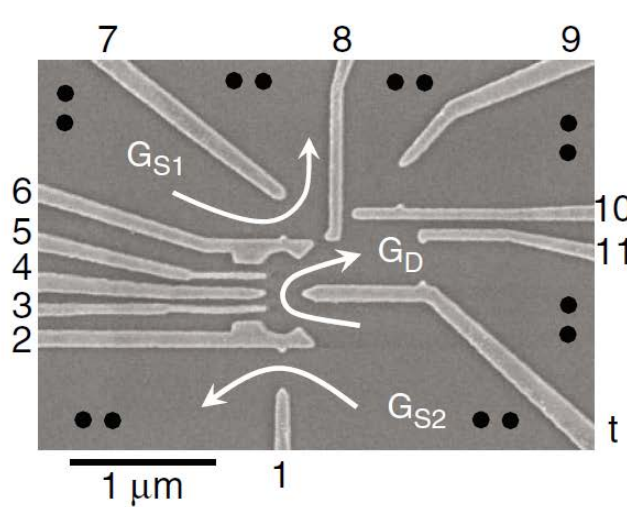
(1,1)



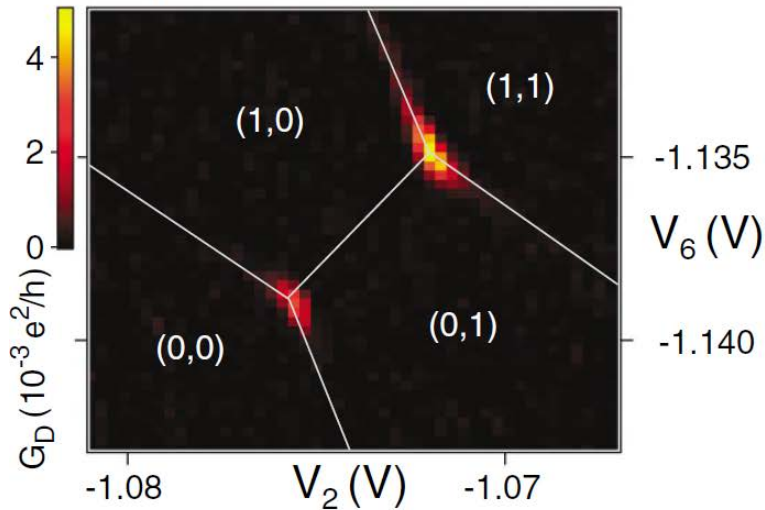
(0,0)

(1,0)

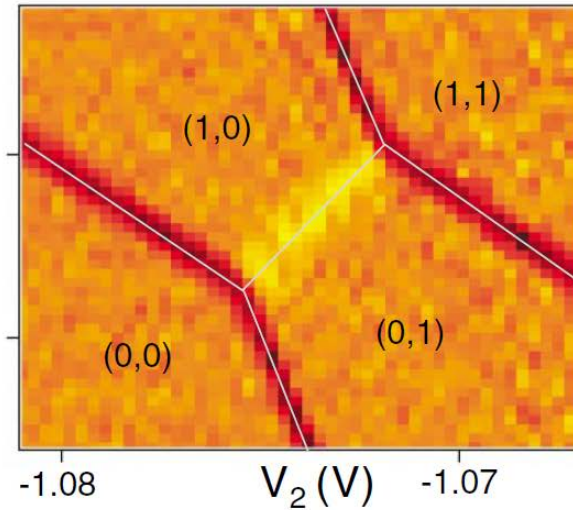
# GaAs 2DEG



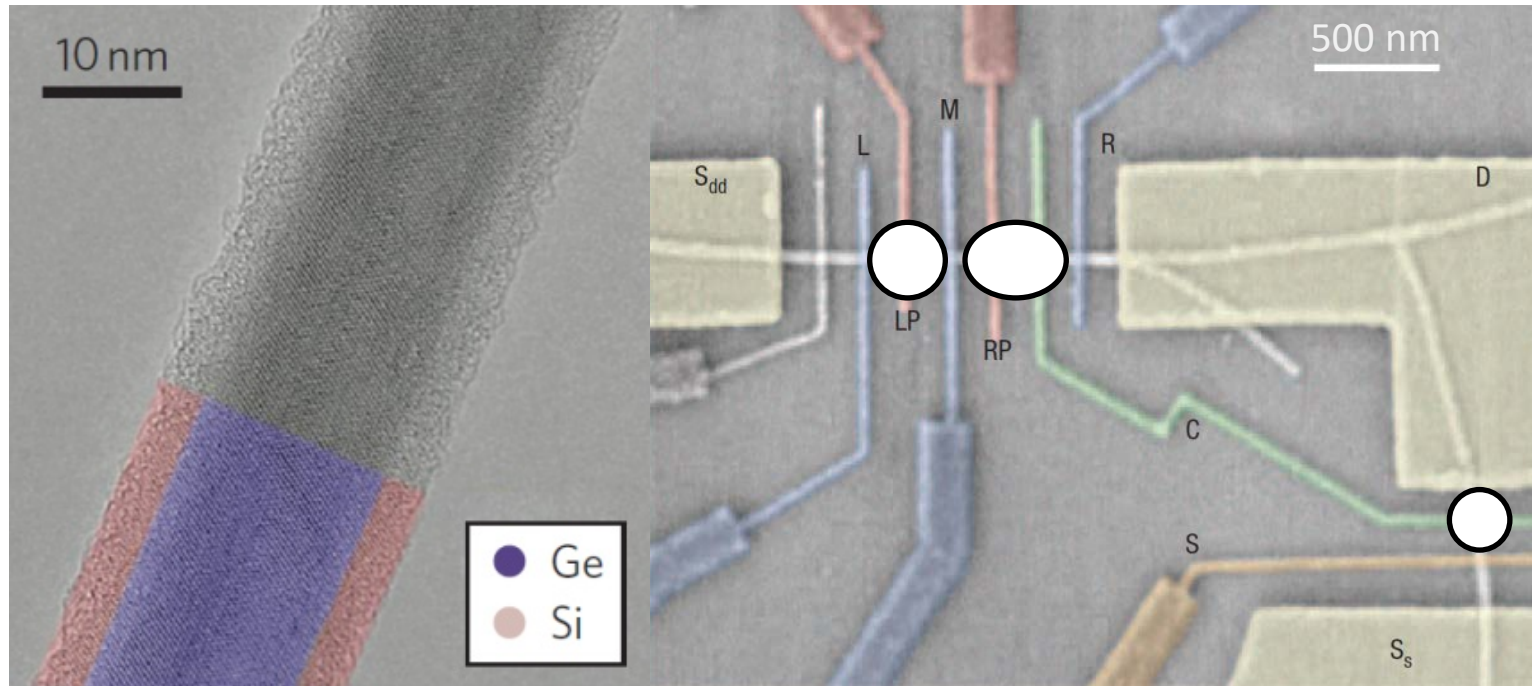
伝導



電荷計



# Ge/Siコア/シェルナノチューブ



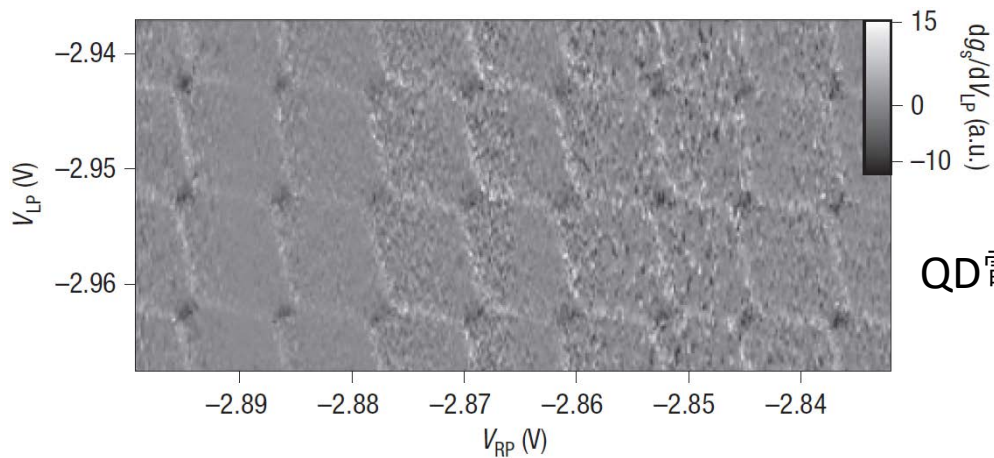
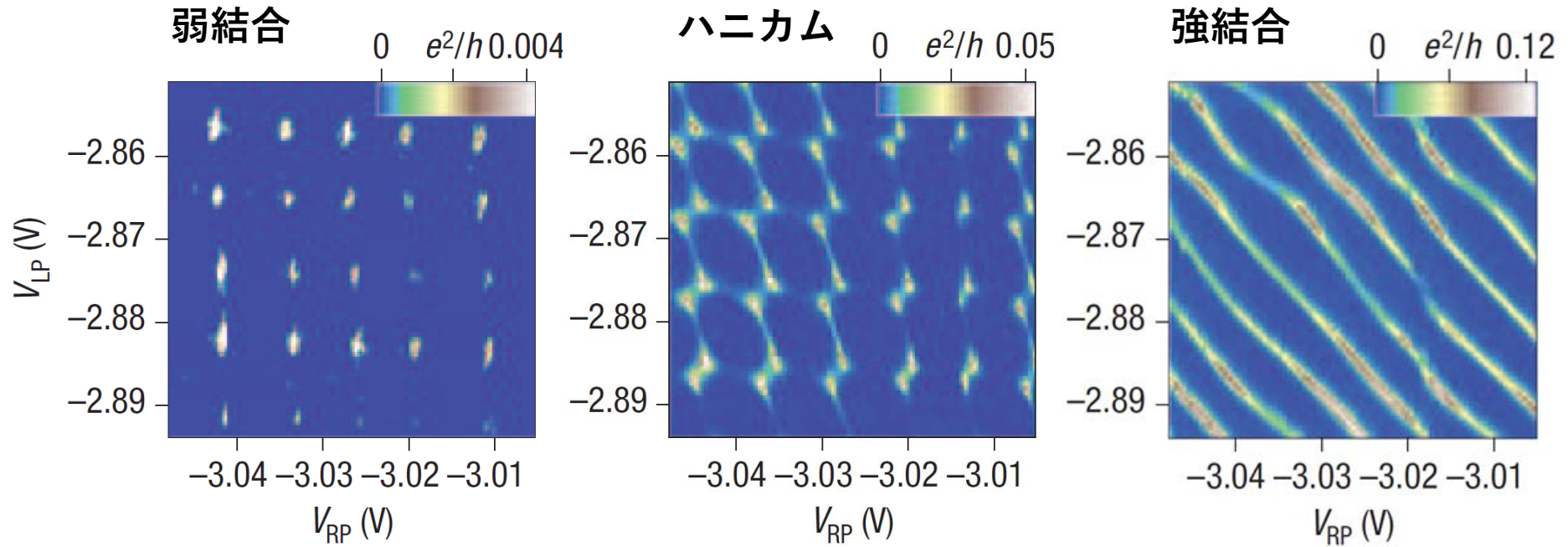
- Geコア内に正孔ガスが蓄積
- QD電荷計(クーロンピークのスロープを利用)とカプラCで静電結合

Nature Nano. **2**, 622 (2007) Hu *et al.*

Nature Nano. **7**, 47 (2012) Hu *et al.*

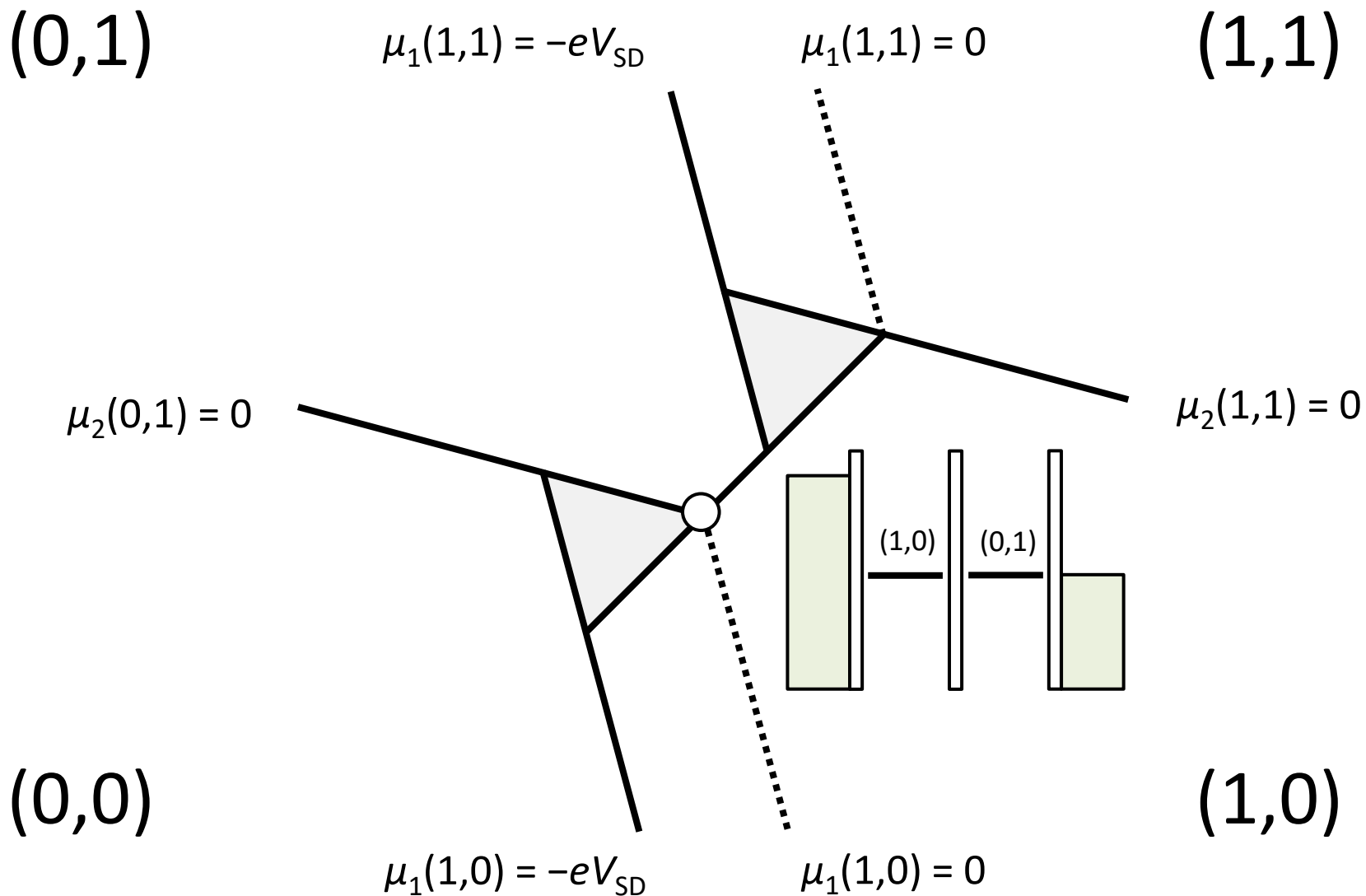


# Ge/Siコア/シェルナノチューブ



QD電荷計による検出

# バイアストライアングル



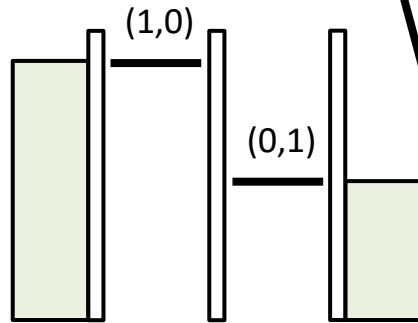
# バイアストライアングル

(0,1)

$$\mu_1(1,1) = -eV_{SD}$$

$$\mu_1(1,1) = 0$$

(1,1)



$$\mu_2(0,1) = 0$$

$$\mu_2(1,1) = 0$$

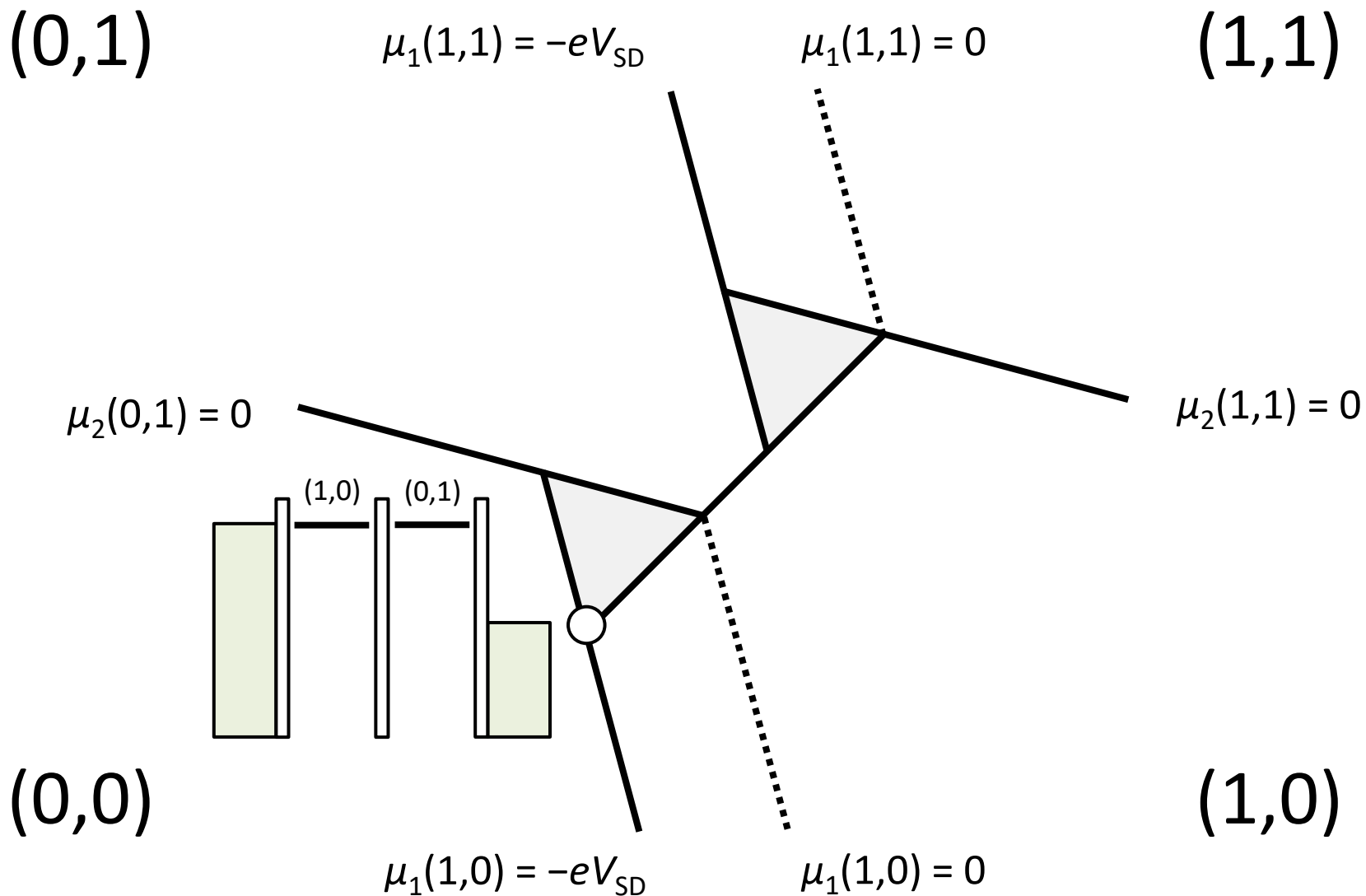
(0,0)

$$\mu_1(1,0) = -eV_{SD}$$

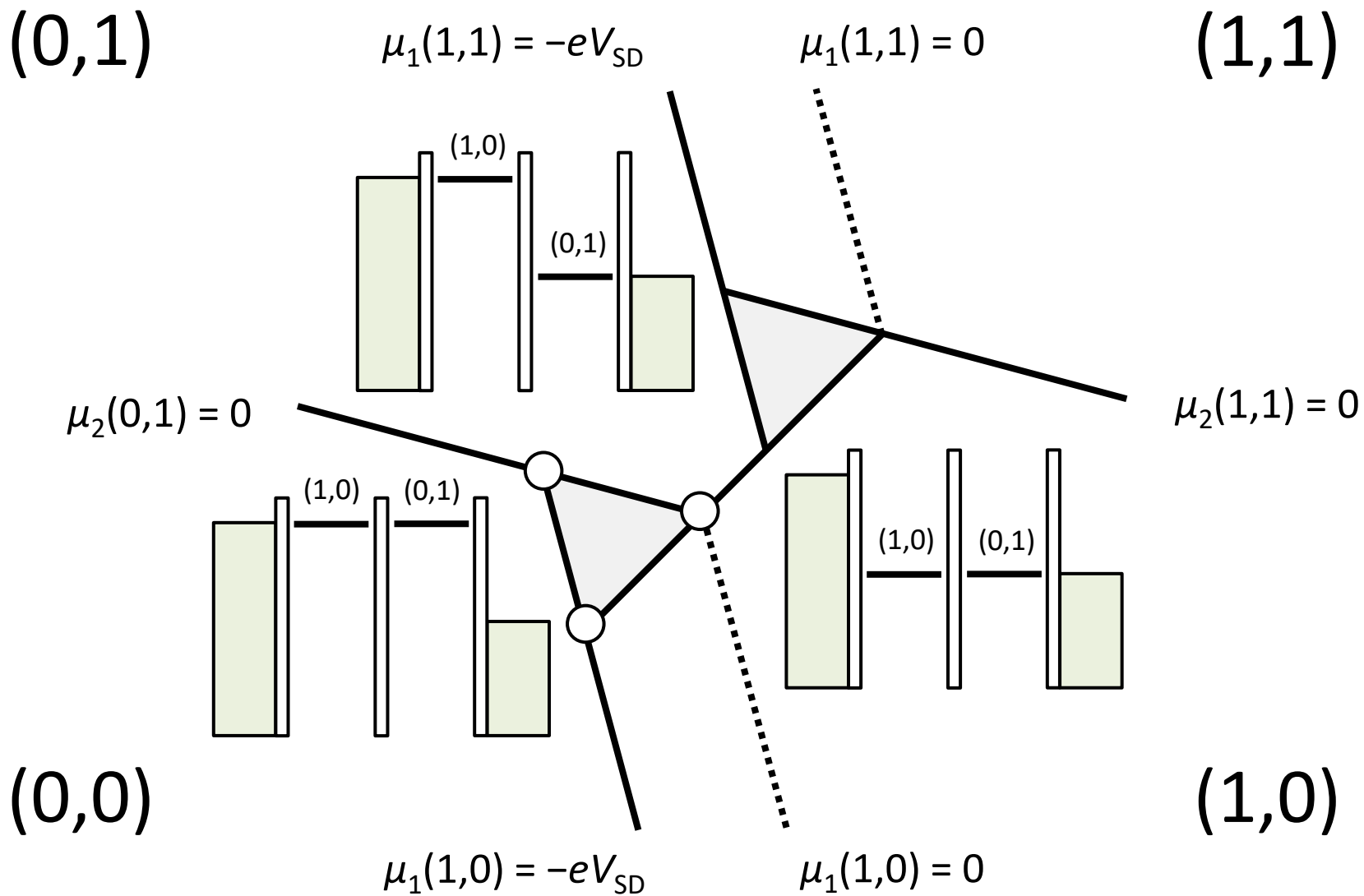
$$\mu_1(1,0) = 0$$

(1,0)

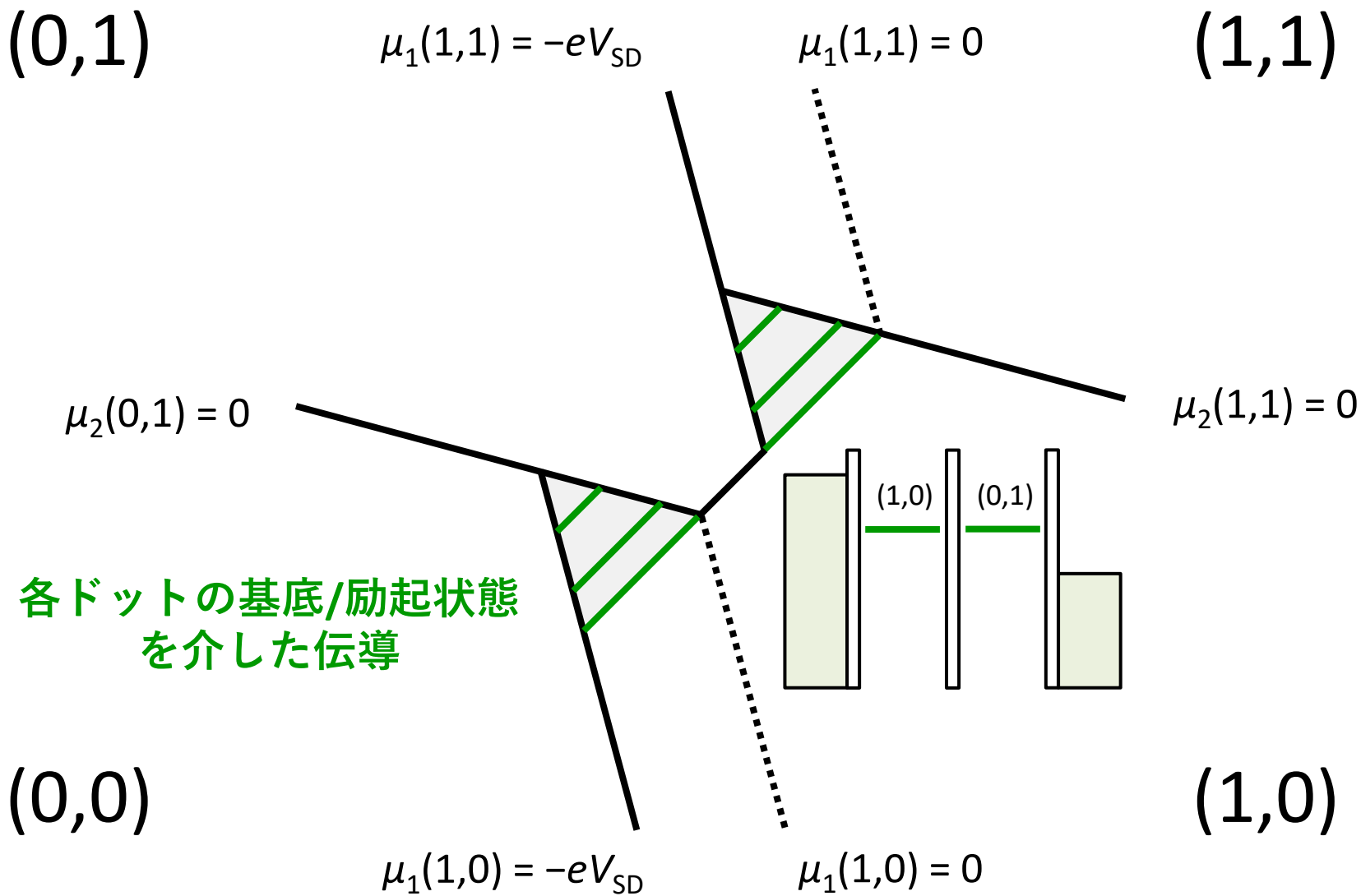
# バイアストライアングル



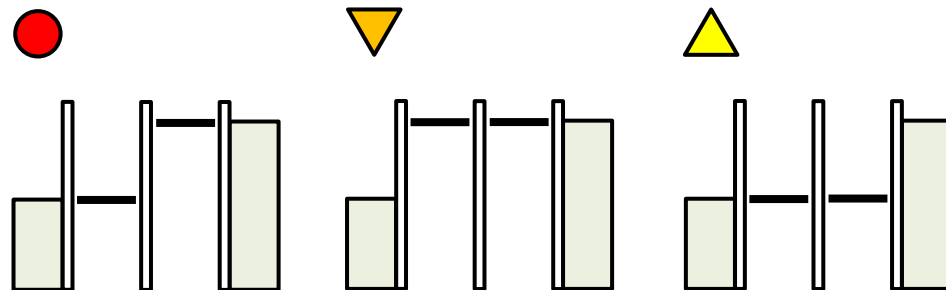
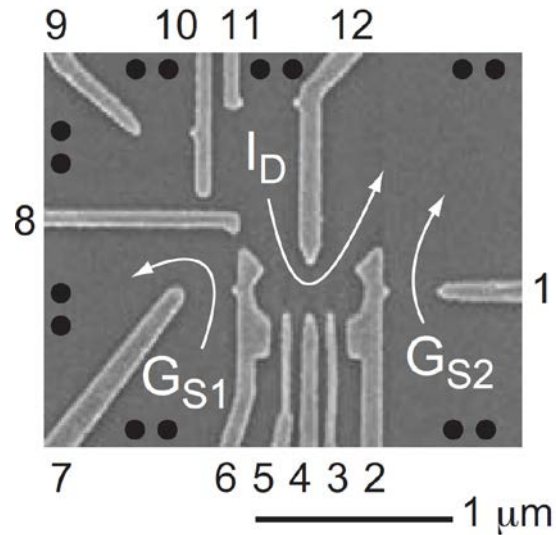
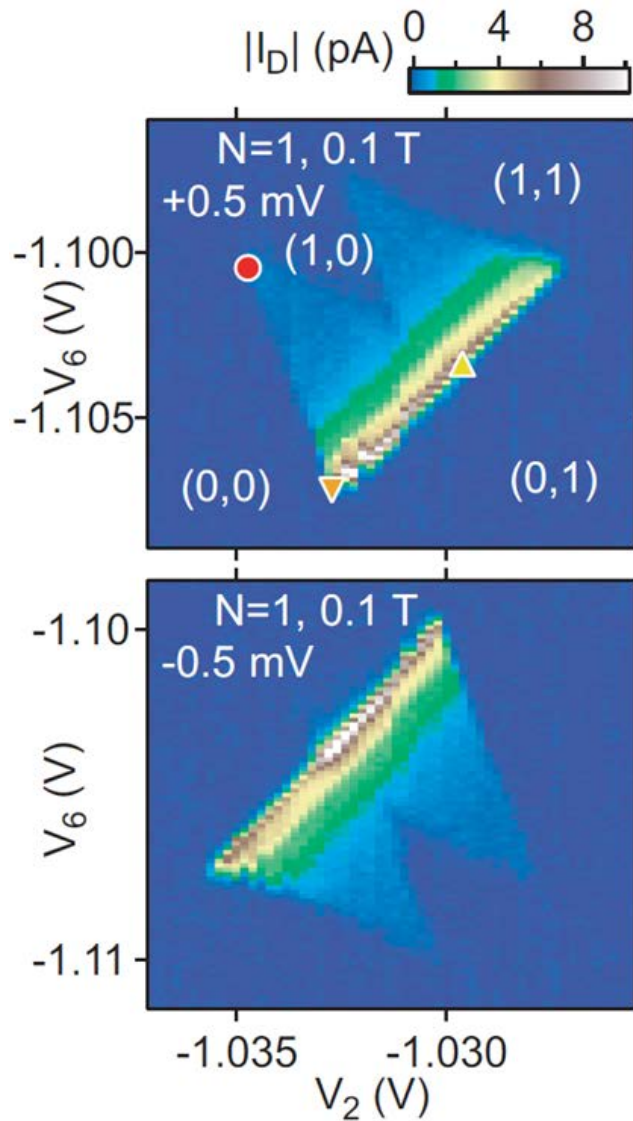
# バイアストライアングル



# 量子化準位

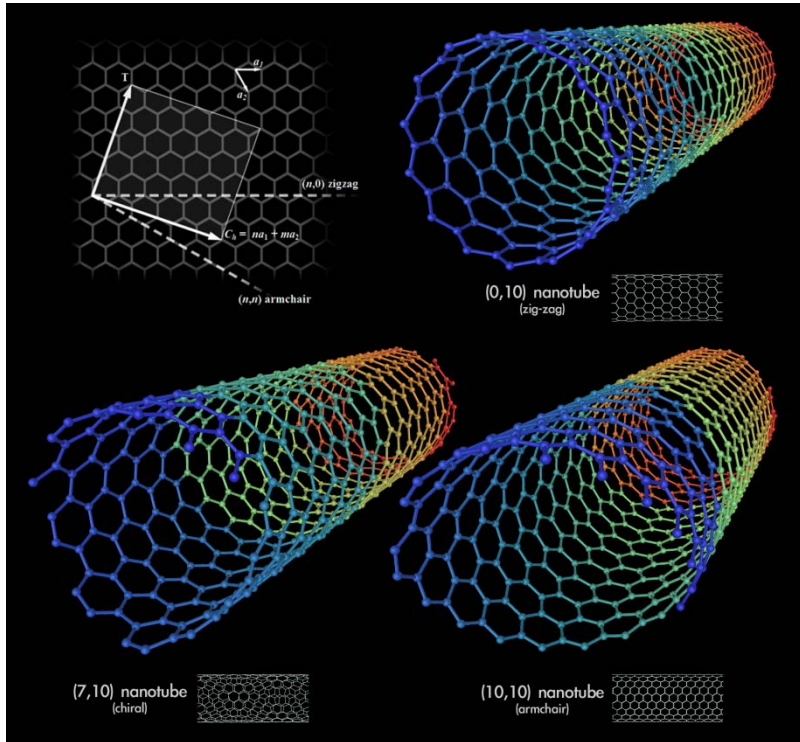


# GaAs 2DEG

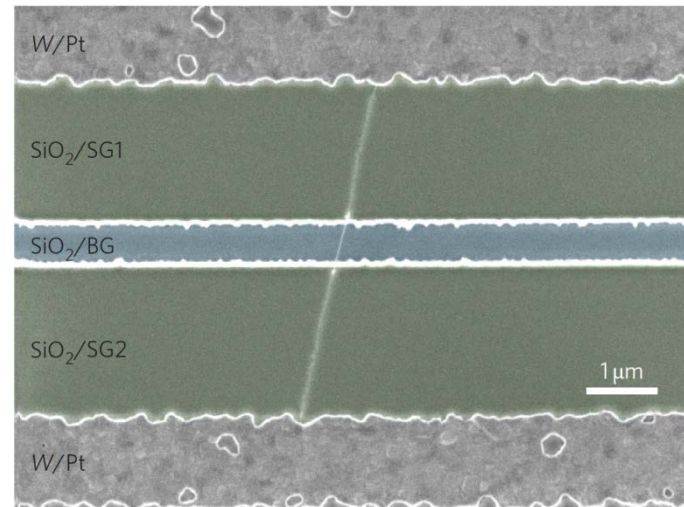
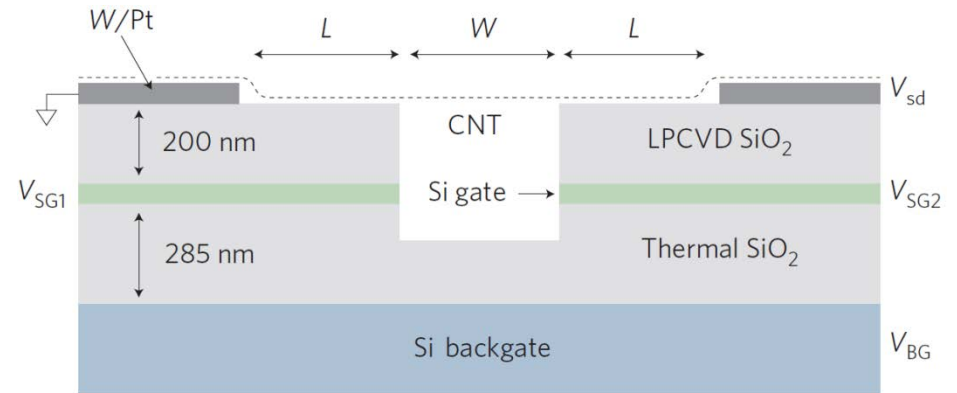


(注)ゲートとバイアスの定義が前ページと逆

# カーボンナノチューブ

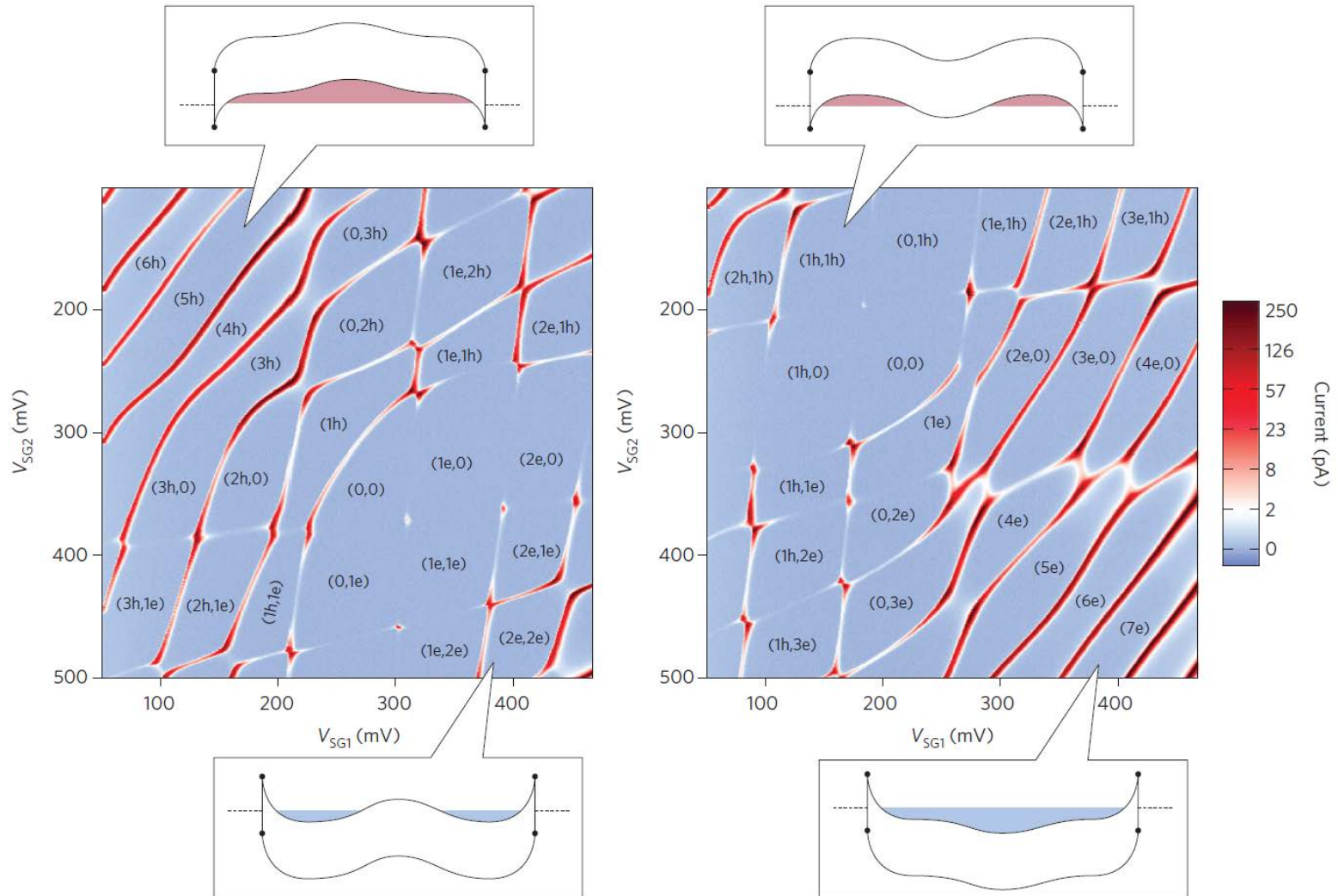


from Wikipedia

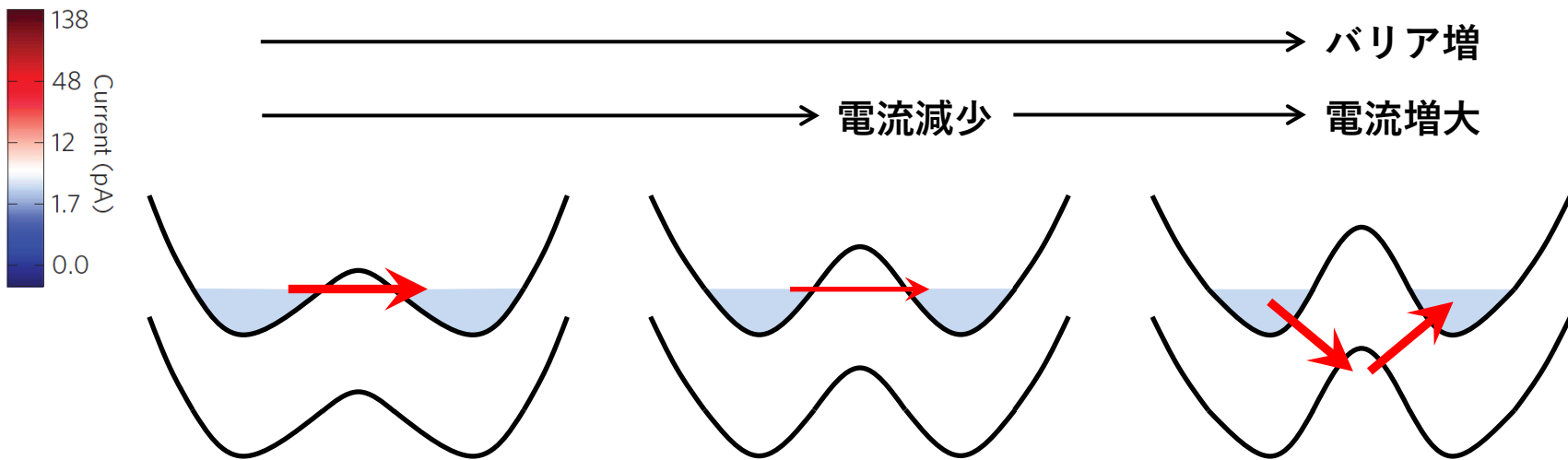
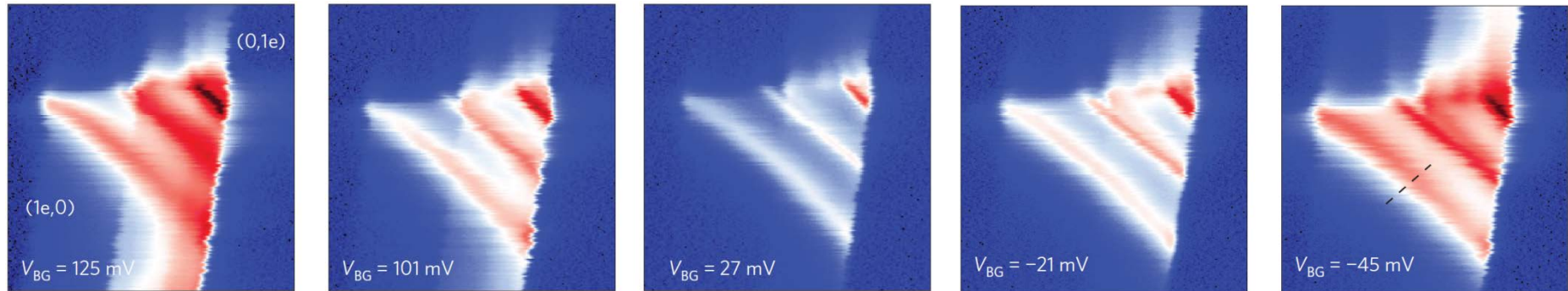




# カーボンナノチューブ



# クライントンネリング

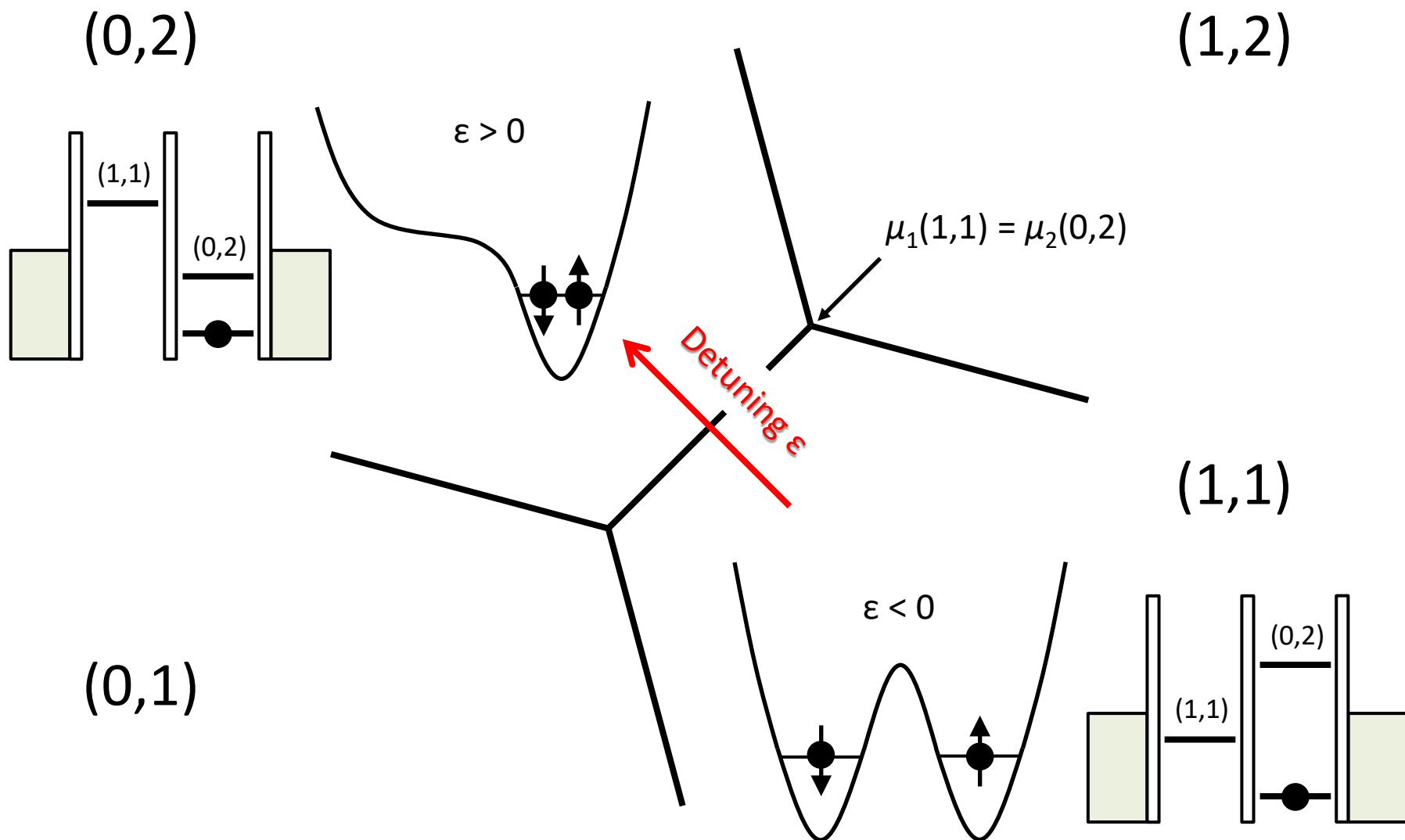


電子→陽電子→電子による障壁透過(クライントンネル)に類似  
半導体ではバンド間トンネルに相当

# 講義内容

- 単一量子ドットの伝導とスピン
  - クーロンダイヤモンド
  - 単一スピン単発読み出し
- **直列二重量子ドットの伝導とスピン**
  - スタビリティダイヤグラム
  - **スピンプロケイド**

# 二電子狀態



# 二電子スピン状態

$B = 0$

(0,2)状態

(1,1)状態

通常無視できる

$|T(0,2)\rangle$



$E_{ST} \approx 1 \text{ meV}$

位置関係は $\epsilon$ で決まる

$|T(1,1)\rangle$

$\approx 4t_c^2/E_c$

$|S(0,2)\rangle$

$|S(1,1)\rangle$

$\epsilon \approx 0$ でハイブリダイズ

$$|T_+\rangle = |\uparrow\uparrow\rangle$$

$$|T_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle)$$

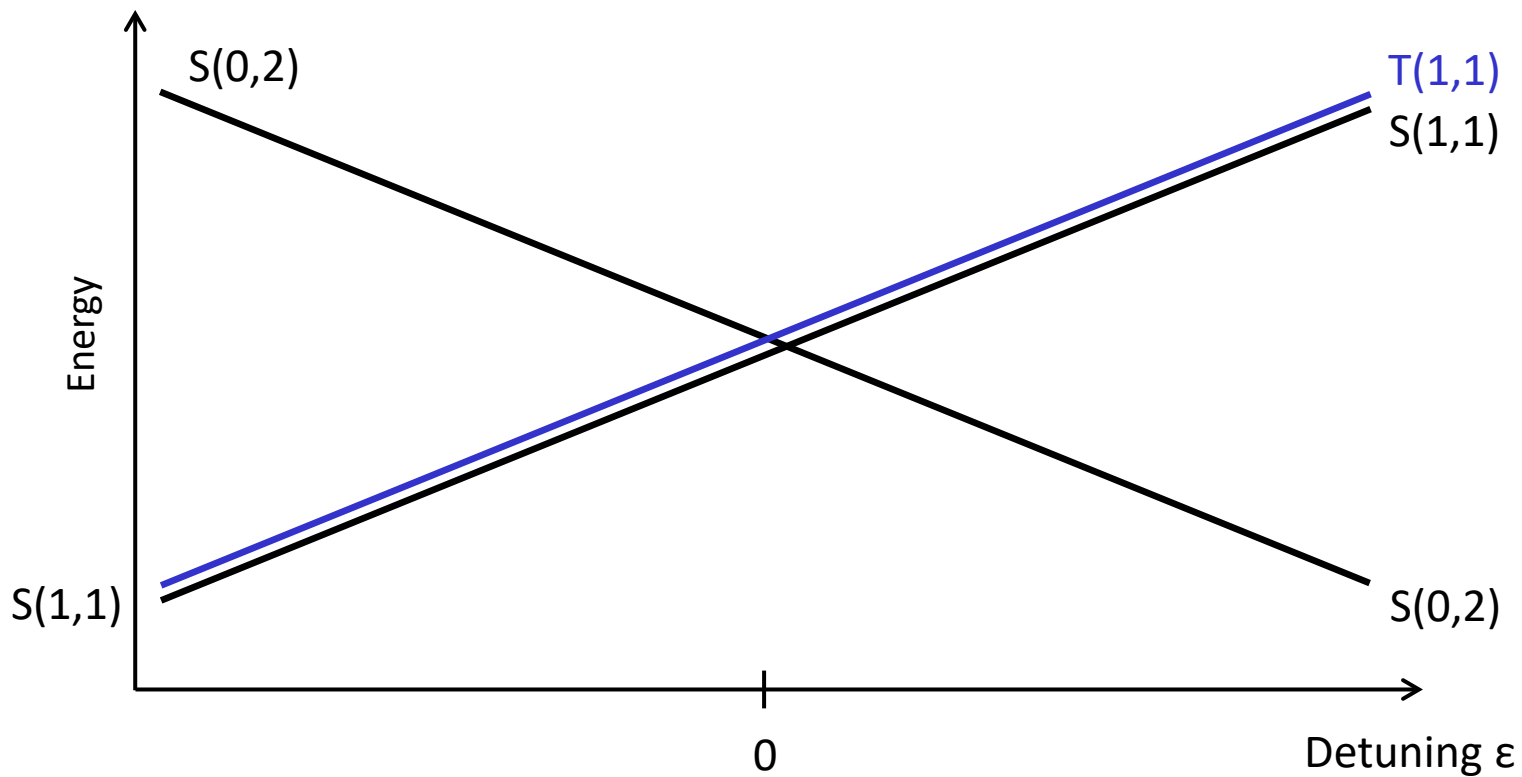
$$|T_-\rangle = |\downarrow\downarrow\rangle$$

# 二電子スピン状態

$B = 0$

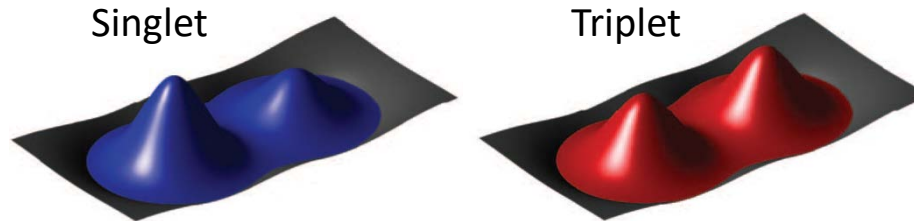
$S(0,2)$ と $S(1,1)$ のhybridization

$$\begin{pmatrix} 0 & t_c \\ t_c & 0 \end{pmatrix}$$

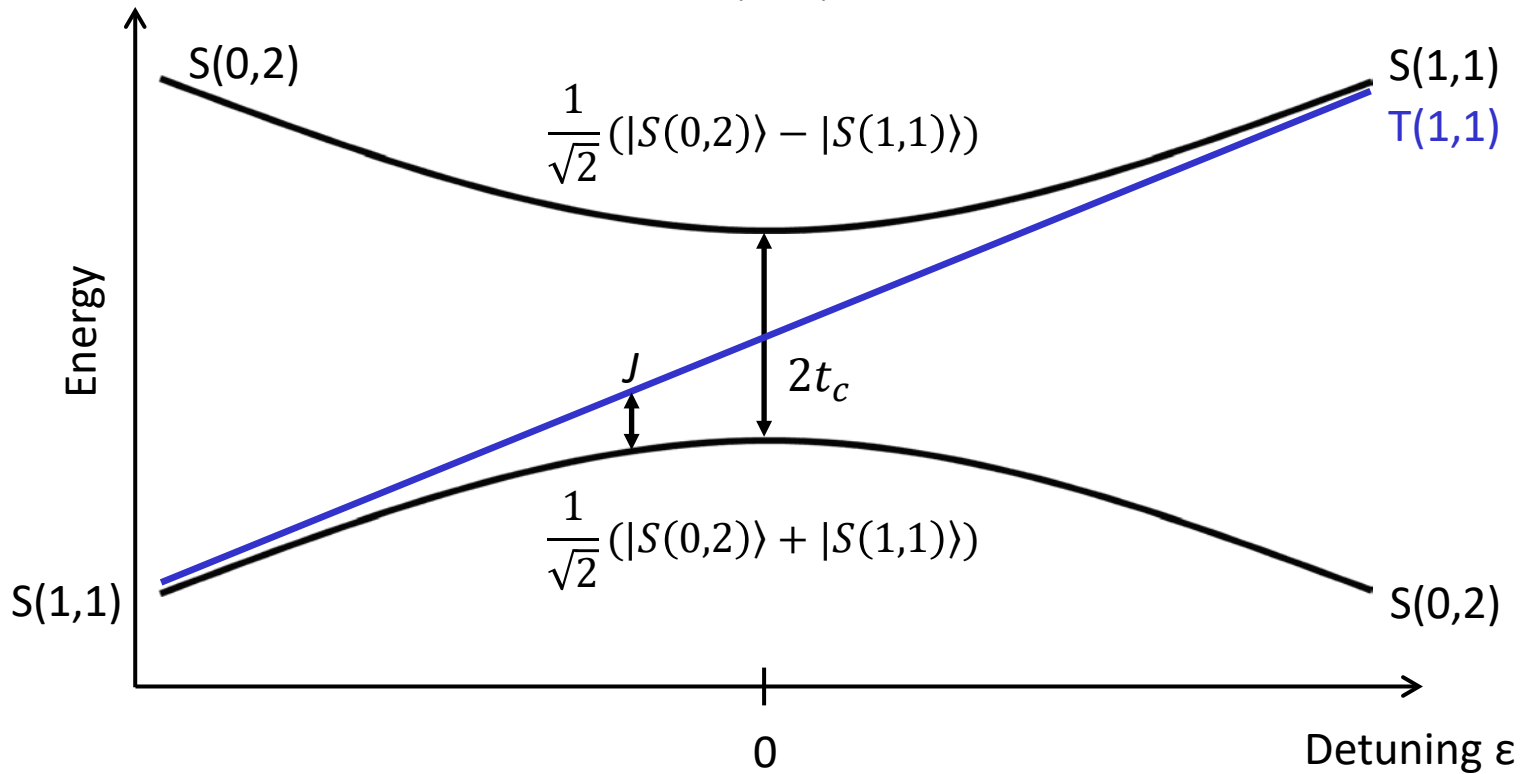


# 二電子スピン状態

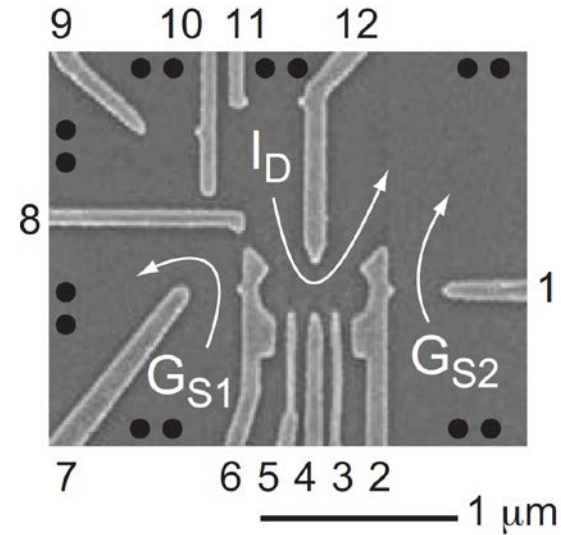
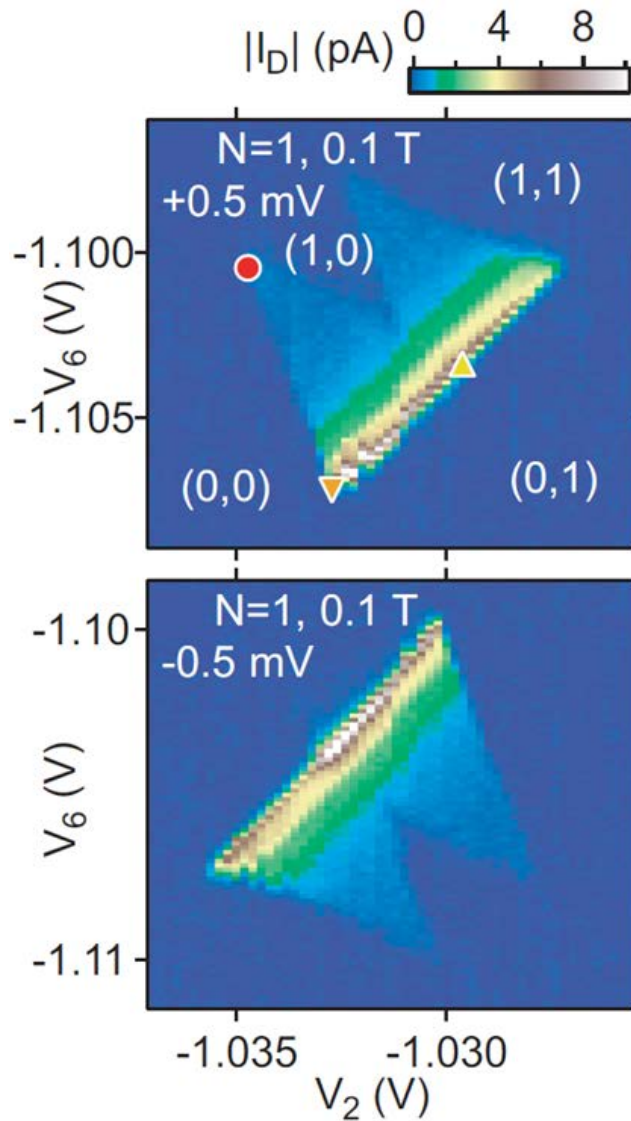
$B = 0$



Science **336**, 202 (2012) Shulman *et al.*



# スピンドロツケイド



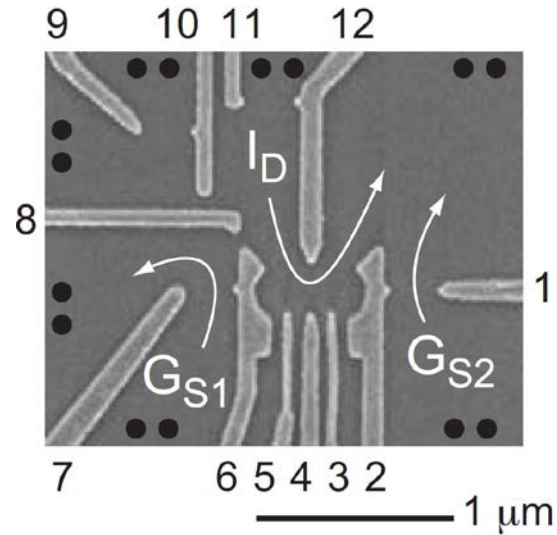
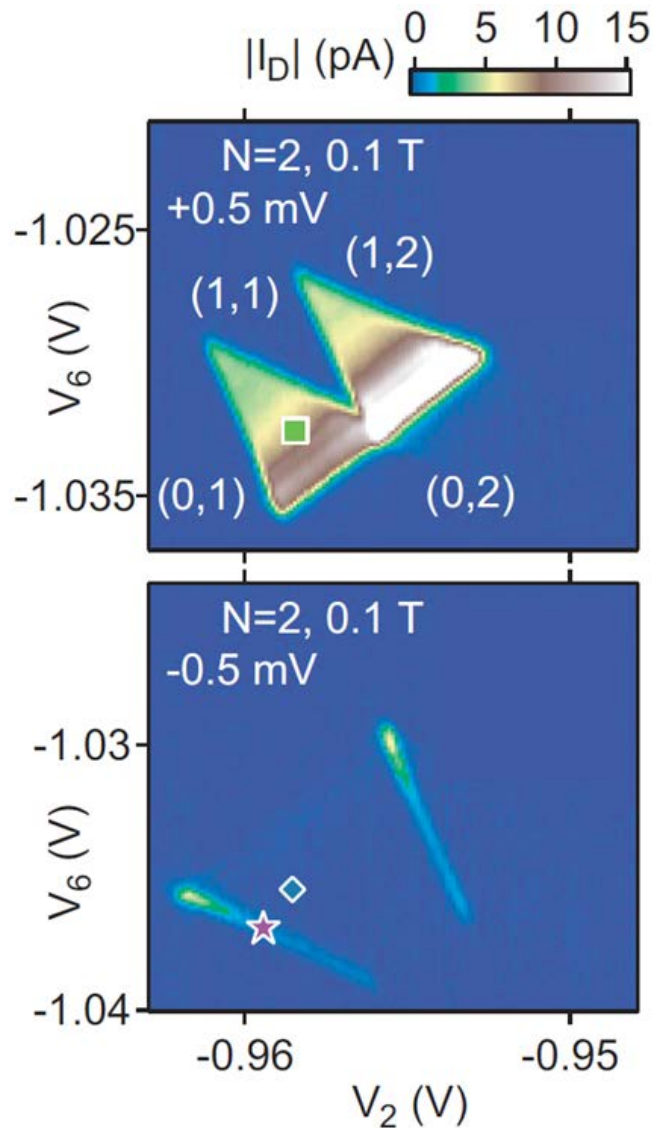
一電子領域ではバイアス方向に対して**対称**

Phys. Rev. B **72**, 165308 (2005) Johnson *et al.*

(cf. Science **297**, 1313 (2002) Ono *et al.*)



# スピントロニクス

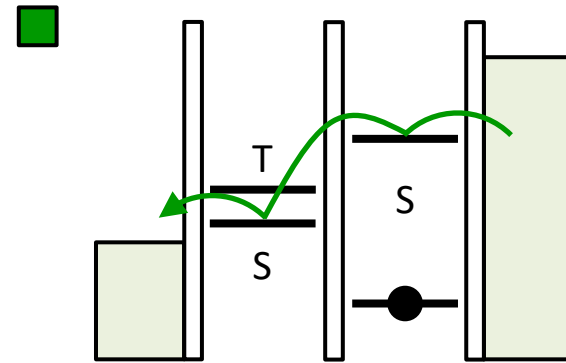
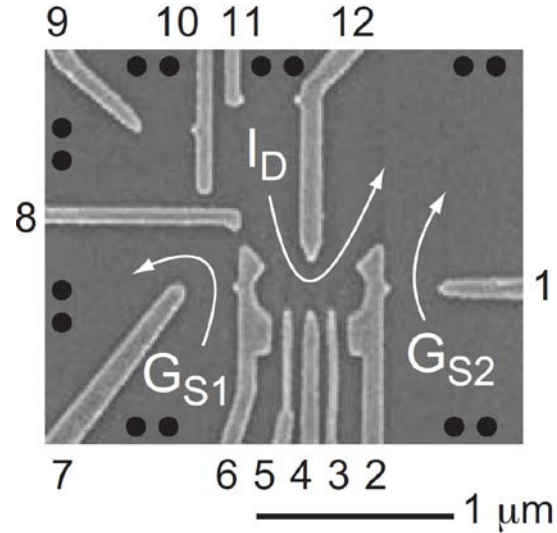
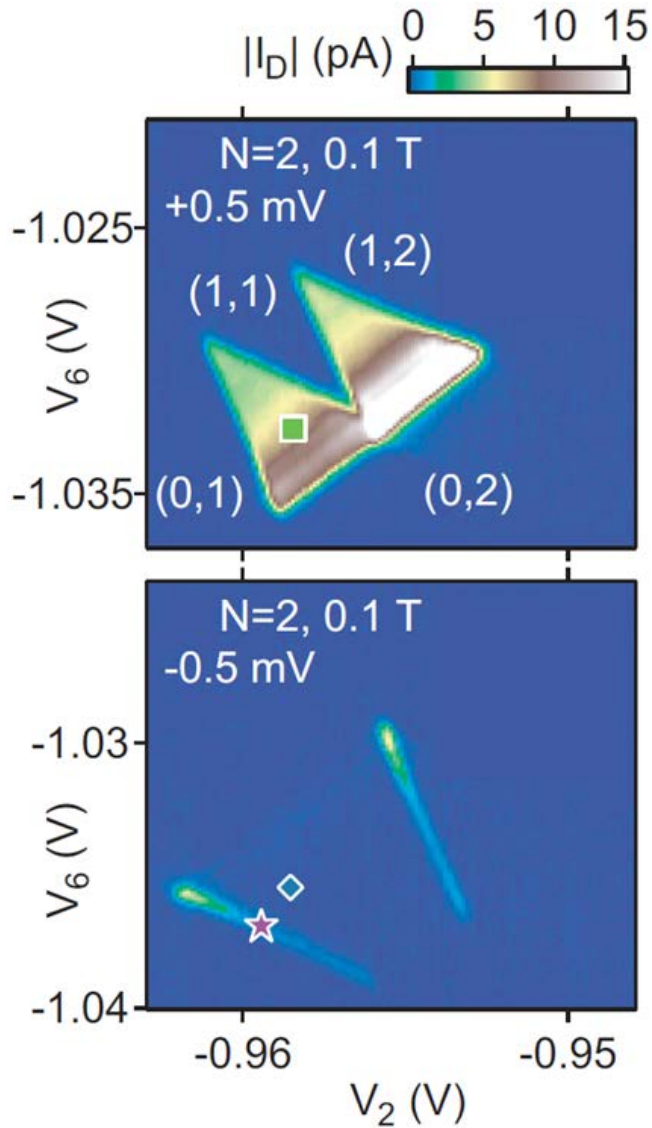


二電子領域ではバイアス方向に対して**非対称**  
(伝導の抑制)

Phys. Rev. B **72**, 165308 (2005) Johnson *et al.*

(cf. Science **297**, 1313 (2002) Ono *et al.*)

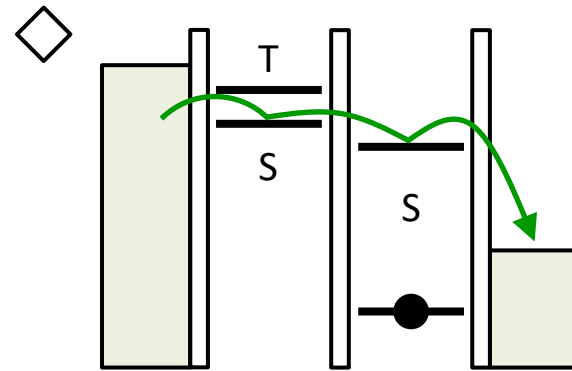
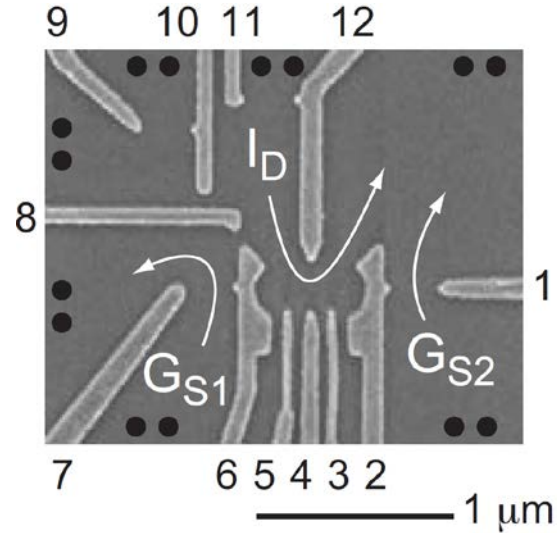
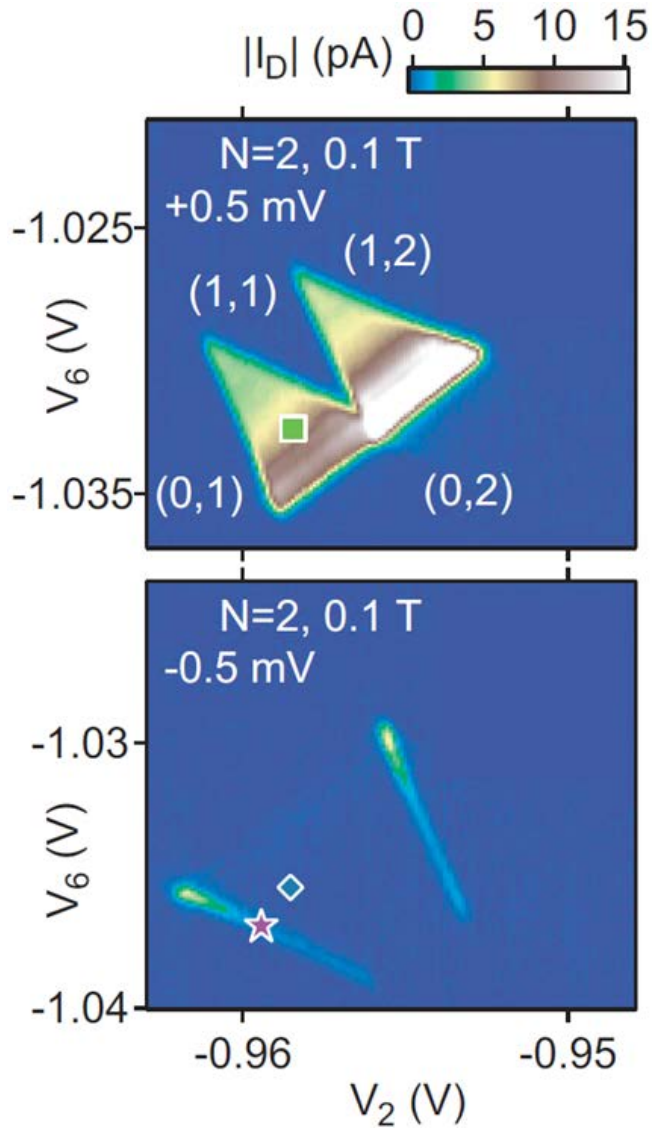
# スピントロケイド



Phys. Rev. B **72**, 165308 (2005) Johnson *et al.*

(cf. Science **297**, 1313 (2002) Ono *et al.*)

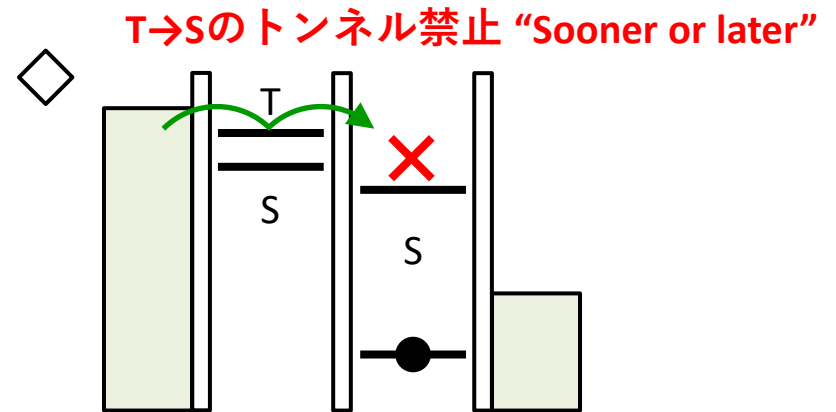
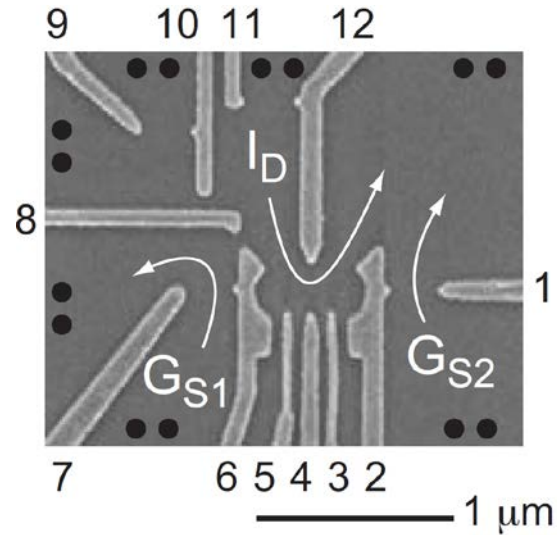
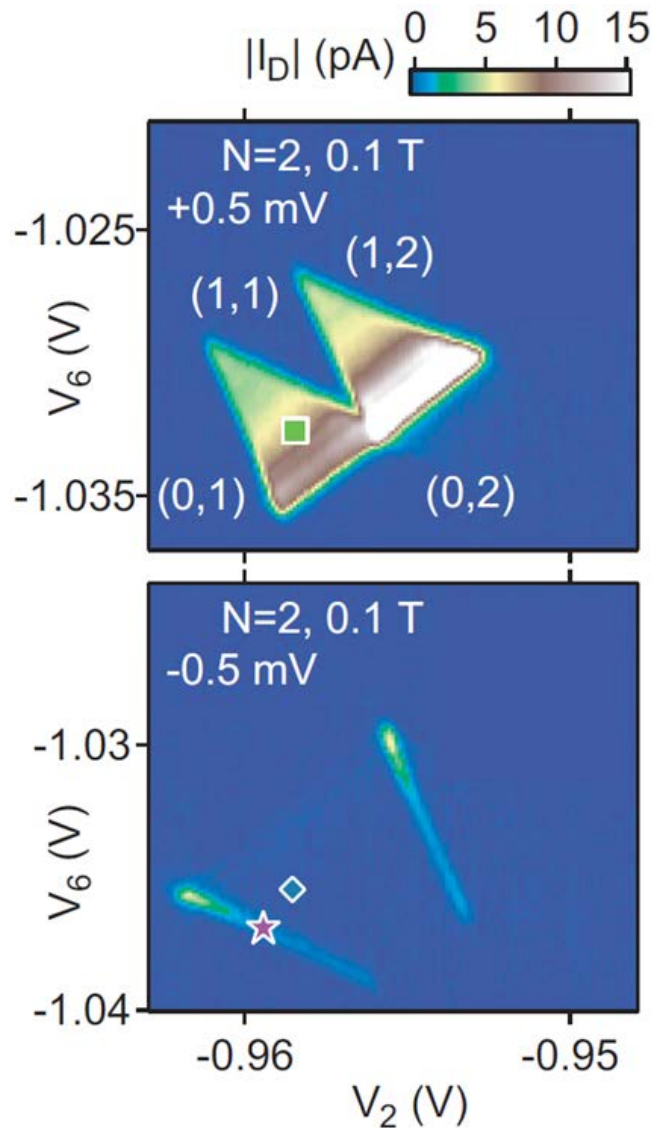
# スピントロケイド



Phys. Rev. B **72**, 165308 (2005) Johnson *et al.*

(cf. Science **297**, 1313 (2002) Ono *et al.*)

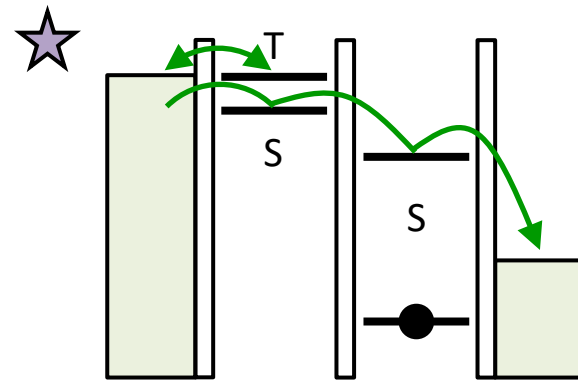
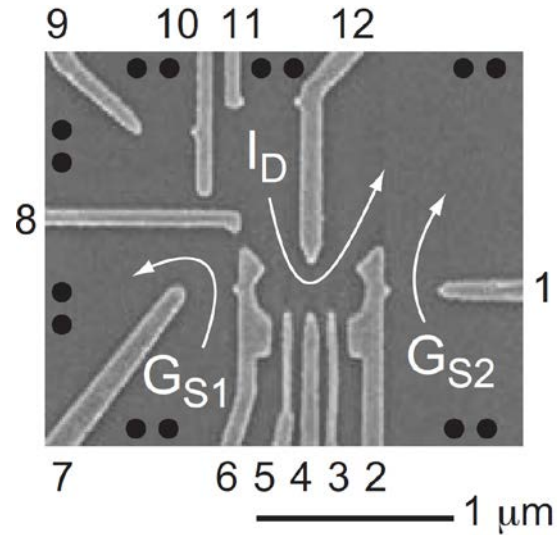
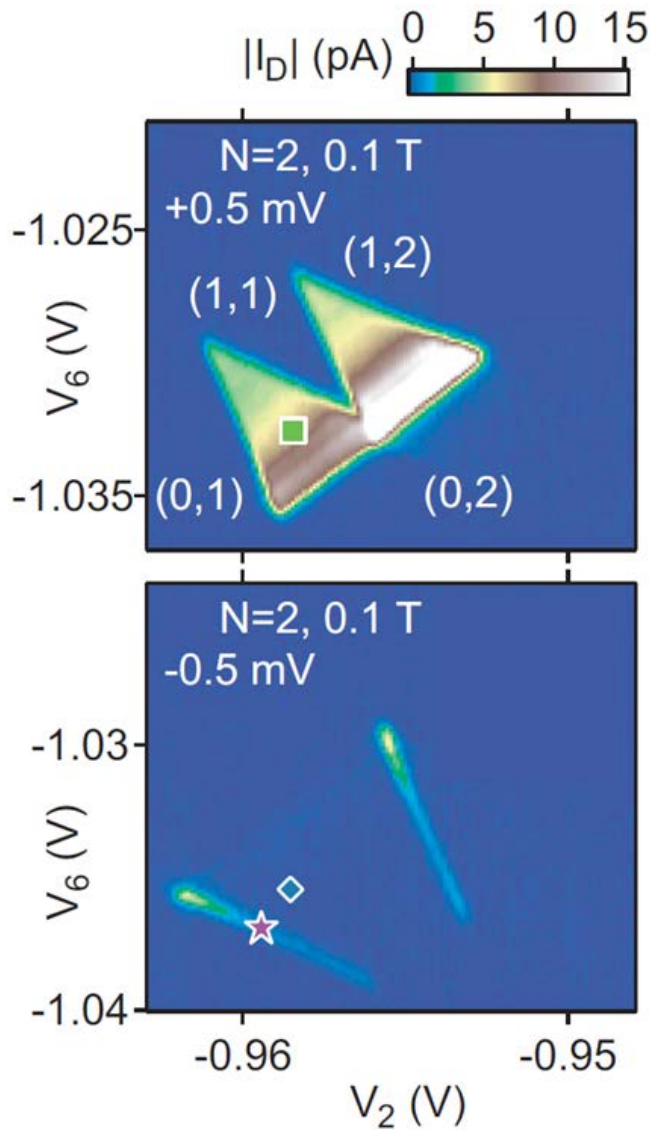
# スピントロケイド



Phys. Rev. B **72**, 165308 (2005) Johnson *et al.*

(cf. Science **297**, 1313 (2002) Ono *et al.*)

# スピントロニクス



Phys. Rev. B **72**, 165308 (2005) Johnson *et al.*

(cf. Science **297**, 1313 (2002) Ono *et al.*)

# 参考書

- W. G. van der Wiel *et al.*
  - **“Electron transport through double quantum dots”**  
Rev. Mod. Phys. **75**, 1 (2003)
- R. Hanson *et al.*
  - **“Spins in few-electron quantum dots”**  
Rev. Mod. Phys. **79**, 1217 (2007)
- F. Zwanenburg *et al.*
  - **“Silicon quantum electronics”**  
Rev. Mod. Phys. **85**, 961 (2013)